

## **Supplementary Materials**

# **Inferences and Engineering Applications of Alpha Power Weibull Distribution Using Progressive Type-II Censoring**

Refah Alotaibi<sup>1</sup>, Mazen Nassar<sup>2,3</sup>, Hoda Rezk<sup>4</sup> and Ahmed Elshahhat<sup>5\*</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematical Sciences , College of Science, Princess Nourah bint Abdulrahman University,  
P.O. Box 84428, Riyadh 11671, Saudi Arabia

<sup>2</sup> Department of Statistics, Faculty of Science, King Abdulaziz University, Jeddah 21589, Saudi Arabia

<sup>3</sup> Department of Statistics, Faculty of Commerce, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

<sup>4</sup> Department of Statistics, Al-Azhar University, Cairo 11751, Egypt

<sup>5</sup> Faculty of Technology and Development, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

---

\*Email: aelshahhat@ftd.zu.edu.eg

Table S1: The average estimates (first-line), RMSEs (second-line) and MRABs (third-line) of  $\alpha$ .

$n$	$m$	Scheme	MLE	SEL				LL			
				1		2		1		2	
				$q \rightarrow$	$-2$	$-0.02$	$+2$	$-2$	$-0.02$	$+2$	
50	20	1	0.4219	0.4605	0.4859	0.4627	0.4605	0.4572	0.4879	0.4860	0.4829
			1.2179	0.0660	0.0525	0.0379	0.0408	0.0454	0.0093	0.0134	0.0205
			1.2268	0.0799	0.0238	0.0745	0.0790	0.0856	0.0113	0.0156	0.0226
		2	0.6370	0.6042	0.4927	0.6122	0.6043	0.5944	0.4949	0.4927	0.4892
			1.2755	0.0914	0.0543	0.0653	0.0675	0.0696	0.0104	0.0146	0.0215
			1.2443	0.1555	0.0261	0.1207	0.1299	0.1361	0.0147	0.0190	0.0263
		3	0.8900	0.5649	0.4973	0.5680	0.5650	0.5602	0.4996	0.4973	0.4935
			1.4535	0.1435	0.0555	0.1016	0.1088	0.1155	0.0141	0.0175	0.0232
			1.5594	0.2374	0.0304	0.1887	0.2086	0.2245	0.0242	0.0281	0.0343
40	1	1	0.4281	0.5368	0.5047	0.5402	0.5368	0.5320	0.5069	0.5047	0.5010
			0.8184	0.0758	0.0518	0.0408	0.0419	0.0436	0.0092	0.0133	0.0195
			0.9637	0.1050	0.0190	0.0743	0.0752	0.0804	0.0100	0.0140	0.0207
		2	0.5877	0.5424	0.4806	0.5464	0.5425	0.5372	0.4824	0.4806	0.4778
			1.2324	0.0822	0.0527	0.0456	0.0475	0.0500	0.0118	0.0141	0.0198
			1.2322	0.1129	0.0370	0.0829	0.0859	0.0928	0.0223	0.0259	0.0325
		3	0.7929	0.3497	0.4930	0.3560	0.3498	0.3435	0.4951	0.4930	0.4897
			1.3099	0.1701	0.0553	0.1444	0.1505	0.1568	0.0190	0.0218	0.0265
			1.3156	0.3014	0.0390	0.2880	0.3005	0.3131	0.0352	0.0388	0.0443
100	40	1	0.4129	0.4618	0.4930	0.4659	0.4618	0.4572	0.4986	0.4967	0.4936
			0.7977	0.0582	0.0494	0.0133	0.0176	0.0245	0.0082	0.0118	0.0173
			0.9995	0.0494	0.0174	0.0211	0.0261	0.0338	0.0104	0.0140	0.0198
		2	0.5909	0.4869	0.4966	0.4894	0.4869	0.4831	0.5045	0.5026	0.4995
			1.0605	0.0670	0.0505	0.0344	0.0386	0.0436	0.0091	0.0122	0.0177
			1.0999	0.0851	0.0193	0.0681	0.0764	0.0855	0.0116	0.0153	0.0214
		3	0.8328	0.4585	0.5026	0.4608	0.4586	0.4553	0.4948	0.4930	0.4901
			1.1346	0.0764	0.0510	0.0397	0.0423	0.0462	0.0093	0.0129	0.0185
			1.2799	0.1230	0.0309	0.0783	0.0829	0.0893	0.0183	0.0216	0.0274
80	1	1	0.4594	0.5032	0.4919	0.5053	0.5032	0.5006	0.4938	0.4919	0.4888
			0.6352	0.0514	0.0490	0.0084	0.0094	0.0121	0.0096	0.0134	0.0194
			0.8219	0.0553	0.0192	0.0160	0.0170	0.0194	0.0123	0.0162	0.0225
		2	0.5875	0.4796	0.4908	0.4822	0.4796	0.4759	0.4929	0.4908	0.4875
			0.8685	0.0603	0.0527	0.0199	0.0237	0.0297	0.0107	0.0147	0.0212
			1.0519	0.0594	0.0209	0.0356	0.0408	0.0482	0.0143	0.0184	0.0250
		3	0.6835	0.5417	0.4896	0.5448	0.5418	0.5367	0.4916	0.4897	0.4864
			0.9645	0.0761	0.0530	0.0428	0.0440	0.0457	0.0117	0.0156	0.0218
			1.1367	0.1121	0.0220	0.0791	0.0836	0.0895	0.0167	0.0207	0.0272

Table S2: The average estimates (first-line), RMSEs (second-line) and MRABs (third-line) of  $\beta$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	MLE	SEL				LL			
					1		2		1		2	
					$q \rightarrow$	-2	-0.02	+2	-2	-0.02	+2	
50	20	1	1	1.4978	1.3763	1.4797	1.3850	1.3764	1.3540	1.4939	1.4850	1.4578
			2	0.3118	0.1381	0.1281	0.0563	0.0566	0.0942	0.0158	0.0341	0.0848
			3	0.1643	0.0503	0.0138	0.0338	0.0361	0.0467	0.0066	0.0128	0.0314
		2	1	1.5084	1.5476	1.4848	1.5551	1.5477	1.5305	1.4914	1.4825	1.4554
			2	0.3161	0.1428	0.1296	0.0726	0.0826	0.1125	0.0161	0.0342	0.0887
			3	0.1656	0.0532	0.0152	0.0480	0.0531	0.0661	0.0079	0.0138	0.0328
		3	1	1.4928	1.5250	1.4824	1.5339	1.5252	1.5025	1.4891	1.4799	1.4513
			2	0.4107	0.2127	0.1310	0.1547	0.1672	0.2000	0.0188	0.0363	0.0902
			3	0.2148	0.1110	0.0183	0.1028	0.1108	0.1287	0.0091	0.0151	0.0340
40	40	1	1	1.4888	1.4693	1.4825	1.4797	1.4694	1.4463	1.4915	1.4827	1.4563
			2	0.2728	0.1304	0.1261	0.0527	0.0546	0.0850	0.0146	0.0323	0.0731
			3	0.1442	0.0482	0.0135	0.0262	0.0312	0.0358	0.0064	0.0124	0.0308
		2	1	1.4945	1.4531	1.4890	1.4607	1.4532	1.4358	1.4984	1.4891	1.4600
			2	0.2834	0.1375	0.1292	0.0375	0.0386	0.0944	0.0146	0.0333	0.0849
			3	0.1478	0.0372	0.0133	0.0229	0.0243	0.0369	0.0067	0.0131	0.0319
		3	1	1.4510	1.5977	1.4936	1.6130	1.5979	1.5458	1.5032	1.4938	1.4644
			2	0.3010	0.1713	0.1305	0.1055	0.1083	0.1581	0.0162	0.0341	0.0897
			3	0.1556	0.0826	0.0136	0.0663	0.0753	0.0840	0.0073	0.0134	0.0325
100	40	1	1	1.4655	1.4761	1.4773	1.4870	1.4763	1.4447	1.4863	1.4774	1.4502
			2	0.2701	0.1276	0.1176	0.0220	0.0356	0.0873	0.0138	0.0310	0.0779
			3	0.1404	0.0332	0.0128	0.0135	0.0204	0.0365	0.0057	0.0115	0.0295
		2	1	1.4678	1.4887	1.4877	1.5010	1.4889	1.4563	1.4969	1.4879	1.4602
			2	0.2801	0.1371	0.1286	0.0409	0.0519	0.0882	0.0156	0.0315	0.0813
			3	0.1449	0.0385	0.0151	0.0326	0.0368	0.0428	0.0066	0.0127	0.0321
		3	1	1.4168	1.4676	1.4926	1.4788	1.4677	1.4299	1.5020	1.4928	1.4643
			2	0.3283	0.1960	0.1306	0.1157	0.1259	0.1351	0.0167	0.0349	0.0889
			3	0.1728	0.0908	0.0173	0.0767	0.0824	0.0974	0.0086	0.0146	0.0332
80	40	1	1	1.4656	1.3337	1.4807	1.3458	1.3339	1.3070	1.4901	1.4809	1.4521
			2	0.2287	0.1272	0.1175	0.0162	0.0349	0.0837	0.0133	0.0304	0.0584
			3	0.1181	0.0238	0.0121	0.0086	0.0158	0.0351	0.0055	0.0114	0.0291
		2	1	1.4699	1.4202	1.4802	1.4280	1.4203	1.4009	1.4895	1.4804	1.4522
			2	0.2319	0.1277	0.1232	0.0192	0.0364	0.0859	0.0139	0.0312	0.0654
			3	0.1215	0.0308	0.0129	0.0106	0.0160	0.0370	0.0057	0.0116	0.0297
		3	1	1.4282	1.5442	1.4807	1.5541	1.5444	1.5167	1.4899	1.4808	1.4529
			2	0.2597	0.1477	0.1293	0.0242	0.0442	0.1155	0.0152	0.0326	0.0867
			3	0.1315	0.0413	0.0135	0.0141	0.0215	0.0467	0.0070	0.0128	0.0319

Table S3: The average estimates (first-line), RMSEs (second-line) and MRABs (third-line) of  $\theta$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	MLE	SEL				LL			
					1		2		1		2	
					$q \rightarrow$	-2	-0.02	+2	-2	-0.02	+2	
50	20	1	1	0.1561	0.1176	0.1237	0.1033	0.1758	0.1179	0.1086	0.1890	0.1240
				0.1679	0.0181	0.0174	0.0251	0.0411	0.0543	0.0149	0.0349	0.0489
				1.0120	0.0408	0.0296	0.2119	0.2235	0.3666	0.1239	0.1881	0.2929
			2	0.1645	0.1152	0.1152	0.0994	0.1837	0.1155	0.0998	0.1831	0.1155
				0.1751	0.0197	0.0183	0.0303	0.0456	0.0601	0.0200	0.0357	0.0498
				1.0367	0.0470	0.0361	0.2329	0.2626	0.4324	0.1460	0.2027	0.2980
		3	1	0.2119	0.1429	0.1105	0.1268	0.2136	0.1432	0.0950	0.1788	0.1108
				0.2527	0.0208	0.0185	0.0328	0.0550	0.0758	0.0223	0.0365	0.0527
				1.5828	0.0672	0.0363	0.2684	0.5362	0.6731	0.1783	0.2038	0.3363
	40	1	1	0.1465	0.1278	0.1184	0.1146	0.1781	0.1281	0.1032	0.1842	0.1187
				0.1440	0.0180	0.0164	0.0190	0.0346	0.0500	0.0149	0.0341	0.0459
				0.8934	0.0331	0.0272	0.1468	0.1902	0.3039	0.1112	0.1790	0.2567
		2	1	0.1472	0.1230	0.1364	0.1075	0.1895	0.1233	0.1212	0.2019	0.1367
				0.1462	0.0183	0.0182	0.0201	0.0384	0.0509	0.0187	0.0342	0.0473
				0.9002	0.0384	0.0280	0.1789	0.2273	0.3575	0.1196	0.1862	0.2647
		3	1	0.1706	0.1091	0.1259	0.0901	0.2057	0.1095	0.1101	0.1962	0.1262
				0.1752	0.0191	0.0182	0.0251	0.0475	0.0643	0.0181	0.0343	0.0497
				1.0858	0.0433	0.0316	0.1836	0.4622	0.5729	0.1286	0.1924	0.2654
100	40	1	1	0.1629	0.1671	0.1281	0.1536	0.2165	0.1673	0.1129	0.1941	0.1284
				0.1492	0.0180	0.0172	0.0151	0.0342	0.0450	0.0143	0.0306	0.0437
				0.9685	0.0364	0.0284	0.1227	0.1823	0.2775	0.1028	0.1623	0.2656
			2	0.1583	0.1177	0.1301	0.1002	0.2009	0.1181	0.1147	0.1975	0.1304
				0.1649	0.0182	0.0180	0.0195	0.0356	0.0494	0.0166	0.0346	0.0455
				0.9891	0.0372	0.0315	0.1463	0.1950	0.2838	0.1132	0.1882	0.2808
		3	1	0.2245	0.1331	0.1333	0.1184	0.1913	0.1333	0.1178	0.2013	0.1336
				0.2342	0.0189	0.0181	0.0220	0.0377	0.0497	0.0159	0.0362	0.0441
				1.5037	0.0448	0.0335	0.1843	0.2178	0.3334	0.1448	0.1945	0.2960
	80	1	1	0.1424	0.1571	0.1295	0.1462	0.1918	0.1573	0.1146	0.1931	0.1298
				0.1288	0.0179	0.0151	0.0136	0.0332	0.0438	0.0140	0.0282	0.0411
				0.8214	0.0319	0.0257	0.0917	0.1779	0.2401	0.0769	0.1562	0.2336
		2	1	0.1403	0.1120	0.1145	0.0975	0.1715	0.1123	0.0994	0.1794	0.1148
				0.1358	0.0178	0.0172	0.0147	0.0339	0.0452	0.0148	0.0306	0.0422
				0.7969	0.0339	0.0301	0.1203	0.1831	0.2710	0.0859	0.1707	0.2346
		3	1	0.1649	0.1073	0.1262	0.0906	0.1847	0.1076	0.1111	0.1914	0.1265
				0.1748	0.0184	0.0174	0.0179	0.0344	0.0487	0.0177	0.0319	0.0450
				1.0460	0.0428	0.0272	0.1686	0.1828	0.3244	0.1011	0.1827	0.2618

Table S4: The average estimates (first-line), RMSEs (second-line) and MRABs (third-line) of  $R(t)$ .

$n$	$m$	Scheme	MLE	SEL				LL			
				1		2		1		2	
				$q \rightarrow$	$-2$	$-0.02$	$+2$	$-2$	$-0.02$	$+2$	
50	20	1	0.9515	0.9360	0.9382	0.9428	0.9361	0.9191	0.9449	0.9383	0.9214
			0.0225	0.0106	0.0105	0.0064	0.0115	0.0156	0.0031	0.0084	0.0107
			0.0188	0.0038	0.0018	0.0065	0.0081	0.0148	0.0021	0.0074	0.0123
		2	0.9532	0.9484	0.9424	0.9548	0.9485	0.9331	0.9493	0.9425	0.9248
			0.0204	0.0110	0.0107	0.0035	0.0090	0.0137	0.0026	0.0075	0.0116
			0.0168	0.0024	0.0021	0.0028	0.0107	0.0178	0.0023	0.0075	0.0163
		3	0.9540	0.9350	0.9446	0.9415	0.9351	0.9195	0.9516	0.9447	0.9266
			0.0260	0.0113	0.0108	0.0035	0.0094	0.0157	0.0032	0.0087	0.0118
			0.0218	0.0026	0.0021	0.0029	0.0084	0.0177	0.0023	0.0078	0.0163
40	1	1	0.9528	0.9377	0.9413	0.9438	0.9378	0.9232	0.9482	0.9414	0.9241
			0.0203	0.0106	0.0099	0.0064	0.0094	0.0112	0.0030	0.0078	0.0099
			0.0167	0.0038	0.0017	0.0064	0.0079	0.0137	0.0019	0.0064	0.0103
		2	0.9527	0.9404	0.9326	0.9468	0.9405	0.9252	0.9391	0.9327	0.9164
			0.0201	0.0105	0.0101	0.0030	0.0080	0.0106	0.0025	0.0071	0.0105
			0.0166	0.0022	0.0019	0.0020	0.0067	0.0149	0.0016	0.0048	0.0119
		3	0.9524	0.9436	0.9381	0.9511	0.9437	0.9237	0.9449	0.9382	0.9207
			0.0211	0.0109	0.0107	0.0029	0.0078	0.0132	0.0025	0.0072	0.0112
			0.0177	0.0023	0.0016	0.0026	0.0081	0.0190	0.0021	0.0074	0.0155
100	40	1	0.9530	0.9161	0.9367	0.9220	0.9161	0.9026	0.9433	0.9368	0.9203
			0.0160	0.0105	0.0102	0.0030	0.0082	0.0112	0.0028	0.0073	0.0102
			0.0133	0.0020	0.0017	0.0020	0.0071	0.0126	0.0018	0.0049	0.0085
		2	0.9524	0.9416	0.9365	0.9489	0.9417	0.9228	0.9431	0.9366	0.9201
			0.0156	0.0105	0.0104	0.0026	0.0063	0.0100	0.0026	0.0056	0.0087
			0.0131	0.0019	0.0018	0.0019	0.0064	0.0141	0.0018	0.0066	0.0103
		3	0.9533	0.9316	0.9348	0.9384	0.9317	0.9146	0.9414	0.9349	0.9186
			0.0190	0.0107	0.0106	0.0033	0.0087	0.0106	0.0030	0.0080	0.0104
			0.0158	0.0026	0.0019	0.0023	0.0082	0.0138	0.0018	0.0060	0.0109
80	1	1	0.9524	0.9163	0.9357	0.9217	0.9163	0.9045	0.9424	0.9358	0.9193
			0.0148	0.0105	0.0097	0.0026	0.0063	0.0100	0.0028	0.0060	0.0100
			0.0123	0.0018	0.0015	0.0017	0.0055	0.0104	0.0016	0.0054	0.0077
		2	0.9526	0.9413	0.9425	0.9479	0.9414	0.9251	0.9493	0.9426	0.9253
			0.0144	0.0106	0.0101	0.0025	0.0058	0.0094	0.0025	0.0031	0.0052
			0.0120	0.0019	0.0017	0.0018	0.0060	0.0111	0.0015	0.0038	0.0089
		3	0.9514	0.9495	0.9371	0.9566	0.9496	0.9310	0.9439	0.9372	0.9202
			0.0156	0.0105	0.0103	0.0027	0.0057	0.0092	0.0026	0.0049	0.0086
			0.0128	0.0021	0.0016	0.0021	0.0065	0.0098	0.0016	0.0050	0.0070

Table S5: The average estimates (first-line), RMSEs (second-line) and MRABs (third-line) of  $h(t)$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	MLE	SEL				LL			
					1		2		1		2	
					$q \rightarrow$	-2	-0.02	+2	-2	-0.02	+2	
50	20	1	1	0.1410	0.1658	0.1698	0.1506	0.2292	0.1661	0.1552	0.2313	0.1701
				0.0498	0.0199	0.0192	0.0293	0.0393	0.0474	0.0193	0.0327	0.0436
				0.2763	0.0507	0.0227	0.1728	0.1573	0.2318	0.1212	0.1469	0.2048
			2	0.1399	0.1550	0.1584	0.1301	0.3150	0.1556	0.1417	0.2362	0.1587
				0.0486	0.0252	0.0191	0.0315	0.0390	0.0394	0.0163	0.0285	0.0343
				0.2636	0.0423	0.0250	0.1706	0.1813	0.1974	0.0994	0.1484	0.1821
		3	1	0.1352	0.1908	0.1514	0.1706	0.2957	0.1912	0.1343	0.2328	0.1517
				0.0614	0.0223	0.0194	0.0298	0.0389	0.0502	0.0221	0.0326	0.0467
				0.3434	0.0632	0.0302	0.1728	0.2065	0.2351	0.1258	0.1576	0.2244
	40	1	1	0.1387	0.1754	0.1619	0.1577	0.2599	0.1757	0.1452	0.2404	0.1623
				0.0464	0.0177	0.0176	0.0217	0.0342	0.0474	0.0198	0.0323	0.0416
				0.2553	0.0472	0.0221	0.1251	0.1494	0.2079	0.0999	0.1286	0.1985
		2	1	0.1394	0.1676	0.1883	0.1470	0.2813	0.1681	0.1742	0.2461	0.1886
				0.0459	0.0222	0.0175	0.0219	0.0330	0.0372	0.0155	0.0249	0.0269
				0.2512	0.0309	0.0295	0.1429	0.1756	0.1931	0.0956	0.1384	0.1654
		3	1	0.1376	0.1562	0.1718	0.1445	0.1956	0.1564	0.1564	0.2392	0.1721
				0.0487	0.0220	0.0182	0.0256	0.0354	0.0404	0.0197	0.0290	0.0366
				0.2703	0.0357	0.0255	0.1356	0.1517	0.1830	0.0916	0.1279	0.1642
100	40	1	1	0.1383	0.2372	0.1750	0.2254	0.2712	0.2374	0.1600	0.2390	0.1753
				0.0361	0.0179	0.0148	0.0184	0.0326	0.0496	0.0171	0.0226	0.0358
				0.1982	0.0270	0.0203	0.0843	0.1180	0.1722	0.0833	0.1178	0.1550
			2	0.1410	0.1593	0.1769	0.1427	0.2327	0.1596	0.1618	0.2421	0.1772
				0.0356	0.0188	0.0181	0.0213	0.0243	0.0313	0.0153	0.0160	0.0258
				0.1949	0.0294	0.0217	0.1122	0.1505	0.1681	0.0927	0.1329	0.1594
		3	1	0.1374	0.1832	0.1823	0.1728	0.2121	0.1833	0.1675	0.2441	0.1826
				0.0447	0.0182	0.0168	0.0194	0.0340	0.0363	0.0173	0.0224	0.0439
				0.2473	0.0347	0.0207	0.0890	0.1304	0.1601	0.0751	0.1158	0.1694
		2	1	0.1402	0.2140	0.1774	0.2054	0.2365	0.2142	0.1631	0.2366	0.1777
				0.0327	0.0174	0.0137	0.0149	0.0324	0.0321	0.0139	0.0207	0.0301
				0.1806	0.0247	0.0178	0.0558	0.1120	0.1461	0.0669	0.0877	0.1252
			2	0.1404	0.1587	0.1568	0.1402	0.2518	0.1591	0.1414	0.2242	0.1571
				0.0326	0.0205	0.0181	0.0155	0.0168	0.0286	0.0138	0.0150	0.0236
				0.1797	0.0290	0.0242	0.0976	0.1399	0.1593	0.0710	0.1317	0.1520
		3	1	0.1412	0.1441	0.1737	0.1233	0.2607	0.1446	0.1584	0.2403	0.1740
				0.0352	0.0178	0.0137	0.0182	0.0252	0.0360	0.0153	0.0222	0.0325
				0.1903	0.0263	0.0194	0.0859	0.1288	0.1581	0.0740	0.1015	0.1317

Table S6: The ACLs and CPs of 95% ACI/HPD credible intervals of  $\alpha$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	ACI		HPD			
						1		2	
				ACL	CP	ACL	CP	ACL	CP
50	20	1	0.6874	0.874	0.2159	0.922	0.0847	0.947	
			0.8174	0.834	0.2480	0.915	0.0888	0.943	
			1.2046	0.832	0.3097	0.911	0.0910	0.940	
	40	1	0.5450	0.934	0.1634	0.930	0.0803	0.950	
			0.7954	0.838	0.1886	0.926	0.0805	0.948	
			1.0612	0.835	0.1989	0.923	0.0831	0.946	
	100	40	0.5201	0.980	0.1468	0.948	0.0722	0.965	
			0.7087	0.854	0.1487	0.945	0.0785	0.955	
			1.0065	0.837	0.1495	0.944	0.0791	0.946	
	80	1	0.4410	0.996	0.1327	0.953	0.0718	0.974	
			0.6181	0.888	0.1338	0.950	0.0754	0.971	
			0.8743	0.860	0.1394	0.951	0.0757	0.962	

 Table S7: The ACLs and CPs of 95% ACI/HPD credible intervals of  $\beta$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	ACI		HPD			
						1		2	
				ACL	CP	ACL	CP	ACL	CP
50	20	1	1.3872	0.923	0.3174	0.941	0.1811	0.968	
			1.3895	0.918	0.3624	0.935	0.1814	0.963	
			1.8807	0.917	0.3648	0.933	0.1939	0.961	
	40	1	1.1610	0.937	0.2479	0.954	0.1768	0.980	
			1.1724	0.929	0.2551	0.947	0.1787	0.978	
			1.3275	0.927	0.3284	0.940	0.1815	0.971	
	100	40	1.0222	0.949	0.2310	0.965	0.1758	0.989	
			1.0911	0.944	0.2503	0.963	0.1763	0.988	
			1.4514	0.942	0.2792	0.960	0.1776	0.985	
	80	1	0.8878	0.957	0.2242	0.972	0.1719	0.999	
			0.9214	0.949	0.2275	0.973	0.1734	0.999	
			0.9834	0.948	0.2449	0.969	0.1749	0.997	

Table S8: The ACLs and CPs of 95% ACI/HPD credible intervals of  $\theta$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	ACI		HPD			
						1		2	
				ACL	CP	ACL	CP	ACL	CP
50	20	1	1	0.6261	0.955	0.2821	0.989	0.2438	0.991
			2	0.6505	0.890	0.2935	0.965	0.2534	0.973
			3	1.3002	0.878	0.3233	0.945	0.2546	0.960
	40	1	1	0.5238	0.964	0.2557	0.991	0.2412	0.997
			2	0.5253	0.902	0.2862	0.968	0.2460	0.984
			3	0.7277	0.889	0.3012	0.954	0.2503	0.976
	100	40	1	0.5218	0.975	0.2698	0.992	0.2412	0.999
			2	0.5458	0.905	0.2904	0.966	0.2457	0.985
			3	1.1498	0.893	0.3123	0.950	0.2526	0.978
	80	1	1	0.4192	0.989	0.2466	0.995	0.2394	0.999
			2	0.4397	0.936	0.2607	0.975	0.2419	0.990
			3	0.5744	0.916	0.2875	0.972	0.2441	0.983

 Table S9: The ACLs and CPs of 95% ACI/HPD credible intervals of  $R(t)$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	ACI		HPD			
						1		2	
				ACL	CP	ACL	CP	ACL	CP
50	20	1	1	0.1668	0.886	0.1400	0.940	0.0889	0.968
			2	0.1713	0.909	0.1480	0.939	0.0831	0.970
			3	0.1705	0.886	0.1486	0.935	0.1037	0.963
	40	1	1	0.1604	0.906	0.1419	0.946	0.0824	0.974
			2	0.1543	0.896	0.1422	0.945	0.0793	0.973
			3	0.1690	0.906	0.1433	0.942	0.0836	0.970
	100	40	1	0.1572	0.908	0.1400	0.942	0.0651	0.973
			2	0.1527	0.922	0.1410	0.941	0.0609	0.971
			3	0.1602	0.908	0.1426	0.940	0.0783	0.968
	80	1	1	0.1473	0.926	0.1402	0.944	0.0610	0.977
			2	0.1525	0.925	0.1392	0.949	0.0587	0.980
			3	0.1596	0.930	0.1418	0.945	0.0625	0.972

Table S10: The ACLs and CPs of 95% ACI/HPD credible intervals of  $h(t)$ .

Prior →	$n$	$m$	Scheme	ACI		HPD			
						1		2	
				ACL	CP	ACL	CP	ACL	CP
Prior →	50	20	1	0.3653	0.903	0.2766	0.928	0.1941	0.960
			2	0.2971	0.919	0.2457	0.936	0.1915	0.962
			3	0.4025	0.898	0.2787	0.925	0.2439	0.954
	40	1	1	0.3189	0.914	0.2505	0.938	0.1783	0.965
			2	0.2601	0.910	0.2428	0.939	0.1764	0.969
			3	0.3503	0.903	0.2617	0.932	0.1883	0.958
	100	40	1	0.3134	0.914	0.2493	0.944	0.1407	0.970
			2	0.2695	0.936	0.2389	0.945	0.1362	0.973
			3	0.3443	0.910	0.2515	0.940	0.1798	0.966
	80	1	1	0.3002	0.929	0.2458	0.948	0.1295	0.976
			2	0.2402	0.930	0.2379	0.951	0.1270	0.980
			3	0.3242	0.927	0.2512	0.947	0.1381	0.975