

## **Supplementary Materials**

# **Statistical Analysis of Inverse Lindley Data Using Adaptive Type-II Progressively Hybrid Censoring with Applications**

**Refah Alotaibi <sup>1</sup>, Mazen Nassar <sup>2,3</sup> and Ahmed Elshahhat <sup>4\*</sup>**

<sup>1</sup> Department of Mathematical Sciences, College of Science, Princess Nourah bint Abdulrahman University, P.O. Box 84428, Riyadh 11671, Saudi Arabia

<sup>2</sup> Department of Statistics, Faculty of Science, King Abdulaziz University, Jeddah 21589, Saudi Arabia

<sup>3</sup> Department of Statistics, Faculty of Commerce, Zagazig University, Egypt

<sup>4</sup> Faculty of Technology and Development, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

---

\*Email: aelshahhat@ftd.zu.edu.eg

Table S1: The AEs (1<sup>st</sup> column), RMSEs (2<sup>nd</sup> column) and MRABs (3<sup>rd</sup> column) of  $\mu$  when  $\mu = 0.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE				SE				GE			
					1		2				1		2	
			$\delta \rightarrow$								-2			+2
Prior $\rightarrow$														
0.5	(40,12)	1	0.5460	0.0776	0.1195	0.5441	0.0577	0.1026	0.5454	0.0454	0.0908	0.5401	0.0401	0.0801
		2	0.5177	0.0632	0.0983	0.5222	0.0242	0.0448	0.5223	0.0223	0.0447	0.5220	0.0220	0.0440
		3	0.5139	0.0603	0.0936	0.5276	0.0468	0.0846	0.5290	0.0291	0.0579	0.5231	0.0234	0.0463
	(40,32)	1	0.5184	0.0550	0.0845	0.5214	0.0235	0.0434	0.5215	0.0215	0.0431	0.5212	0.0212	0.0424
		2	0.5138	0.0527	0.0821	0.5235	0.0253	0.0472	0.5236	0.0236	0.0473	0.5233	0.0233	0.0466
		3	0.5383	0.0562	0.0898	0.5141	0.0212	0.0331	0.5144	0.0144	0.0287	0.5134	0.0134	0.0268
	(80,24)	1	0.5520	0.0690	0.1116	0.5256	0.0380	0.0663	0.5271	0.0272	0.0543	0.5242	0.0242	0.0485
		2	0.5143	0.0441	0.0686	0.5219	0.0239	0.0438	0.5220	0.0220	0.0439	0.5216	0.0216	0.0432
		3	0.5110	0.0426	0.0667	0.5124	0.0215	0.0385	0.5193	0.0193	0.0386	0.5189	0.0189	0.0378
2.5	(80,64)	1	0.5181	0.0415	0.0641	0.5164	0.0191	0.0333	0.5165	0.0165	0.0329	0.5161	0.0161	0.0322
		2	0.5120	0.0382	0.0595	0.5116	0.0172	0.0298	0.5031	0.0104	0.0163	0.5111	0.0101	0.0152
		3	0.5372	0.0379	0.0577	0.5037	0.0266	0.0412	0.5044	0.0145	0.0188	0.5016	0.0119	0.0133
	(40,12)	1	0.5438	0.0816	0.1227	0.5214	0.0235	0.0434	0.5223	0.0223	0.0446	0.5219	0.0219	0.0439
		2	0.5153	0.0642	0.0999	0.5191	0.0215	0.0384	0.5192	0.0192	0.0384	0.5189	0.0189	0.0377
		3	0.5139	0.0603	0.0936	0.5195	0.0428	0.0761	0.4727	0.0273	0.0546	0.4715	0.0285	0.0570
	(40,32)	1	0.5170	0.0605	0.0928	0.5200	0.0222	0.0409	0.5201	0.0201	0.0401	0.5197	0.0197	0.0394
		2	0.5122	0.0569	0.0884	0.5122	0.0179	0.0311	0.5124	0.0124	0.0248	0.5117	0.0117	0.0235
		3	0.5118	0.0566	0.0877	0.5124	0.0179	0.0311	0.5126	0.0126	0.0252	0.5119	0.0120	0.0239
	(80,24)	1	0.5503	0.0709	0.1119	0.5102	0.0160	0.0271	0.5103	0.0104	0.0207	0.5097	0.0098	0.0195
		2	0.5129	0.0451	0.0701	0.5124	0.0324	0.0564	0.5209	0.0210	0.0418	0.5148	0.0152	0.0296
		3	0.5110	0.0426	0.0667	0.5102	0.0356	0.0621	0.5221	0.0222	0.0443	0.5189	0.0189	0.0378
	(80,64)	1	0.5175	0.0455	0.0702	0.5164	0.0191	0.0333	0.5165	0.0165	0.0329	0.5161	0.0161	0.0322
		2	0.5116	0.0417	0.0649	0.5037	0.0266	0.0412	0.5044	0.0145	0.0288	0.5016	0.0119	0.0115
		3	0.5113	0.0415	0.0645	0.5026	0.0152	0.0247	0.5029	0.0129	0.0257	0.5020	0.0101	0.0104

Table S2: The AEs (1<sup>st</sup> column), RMSEs (2<sup>nd</sup> column) and MRABs (3<sup>rd</sup> column) of  $\mu$  when  $\mu = 1.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE			SE				GE					
						1	2				1	2			
			$\delta \rightarrow$										-2	+2	
Prior $\rightarrow$	0.5	(40,12)	1	1.5865	0.2597	0.1315	1.5935	0.1029	0.0624	1.5941	0.0941	0.0627	1.5918	0.0918	0.0612
			2	2.5356	1.3288	0.7926	1.5243	0.0305	0.0166	1.5244	0.0244	0.0163	1.5240	0.0240	0.0160
			3	2.7799	1.3921	0.8811	1.6065	0.1159	0.0710	1.6072	0.1072	0.0715	1.6046	0.1046	0.0697
	(40,32)		1	1.5684	0.1905	0.0974	1.4532	0.0528	0.0323	1.4521	0.0479	0.0319	1.4518	0.0482	0.0322
			2	2.6465	1.3246	0.7407	1.5238	0.0256	0.0159	1.5238	0.0238	0.0159	1.5237	0.0237	0.0158
			3	2.8217	1.3772	0.8545	1.5598	0.0706	0.0401	1.5602	0.0603	0.0402	1.5585	0.0585	0.0390
	(80,24)		1	1.5612	0.1928	0.0994	1.4520	0.0505	0.0320	1.4534	0.0466	0.0310	1.4526	0.0474	0.0316
			2	1.7884	0.3573	0.1968	1.5137	0.0172	0.0196	1.5036	0.0139	0.0191	1.5136	0.0136	0.0190
			3	1.7884	0.3573	0.1968	1.5410	0.0480	0.0283	1.5412	0.0412	0.0274	1.5403	0.0403	0.0269
2.5	(80,64)		1	1.5378	0.1326	0.0690	1.4767	0.0358	0.0188	1.4770	0.0231	0.0154	1.4760	0.0241	0.0160
			2	1.7605	0.3005	0.1743	1.5036	0.0114	0.0165	1.5137	0.0137	0.0124	1.5035	0.0133	0.0123
			3	1.7605	0.3005	0.1743	1.5287	0.0303	0.0191	1.5287	0.0287	0.0192	1.5286	0.0286	0.0191
	(40,12)		1	1.5257	0.2613	0.1362	1.5753	0.0854	0.0503	1.5758	0.0758	0.0505	1.5737	0.0737	0.0492
			2	1.5208	0.2097	0.1093	1.5175	0.0244	0.0130	1.5223	0.0223	0.0196	1.5222	0.0222	0.0148
			3	1.5563	0.2036	0.1061	1.5169	0.0239	0.0175	1.5725	0.0725	0.0483	1.5704	0.0704	0.0469
	(40,32)		1	1.5178	0.1929	0.1009	1.4461	0.0563	0.0360	1.4462	0.0538	0.0359	1.4458	0.0542	0.0361
			2	1.5160	0.1818	0.0953	1.5223	0.0242	0.0149	1.5176	0.0176	0.0149	1.5172	0.0172	0.0115
			3	1.5167	0.1985	0.1030	1.4461	0.0563	0.0360	1.4462	0.0538	0.0359	1.4458	0.0542	0.0361
	(80,24)		1	1.5152	0.1976	0.1036	1.5220	0.0240	0.0148	1.5170	0.0170	0.0147	1.5219	0.0219	0.0146
			2	1.5087	0.1460	0.0766	1.4471	0.0552	0.0353	1.4472	0.0528	0.0352	1.4468	0.0532	0.0354
			3	1.5583	0.1518	0.0779	1.5224	0.0243	0.0174	1.5224	0.0167	0.0150	1.5065	0.0165	0.0149
	(80,64)		1	1.5119	0.1385	0.0727	1.5144	0.0177	0.0174	1.5067	0.0167	0.0145	1.5065	0.0165	0.0154
			2	1.5108	0.1295	0.0681	1.4782	0.0347	0.0201	1.4784	0.0217	0.0144	1.4775	0.0226	0.0199
			3	1.5050	0.1396	0.0740	1.5140	0.0175	0.0150	1.5141	0.0167	0.0145	1.5148	0.0148	0.0143

Table S3: The AEs (1<sup>st</sup> column), RMSEs (2<sup>nd</sup> column) and MRABs (3<sup>rd</sup> column) of  $R(t)$  when  $\mu = 0.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE				SE				GE			
							1		2				1	
			$\delta \rightarrow$											
Prior $\rightarrow$														
0.5	(40,12)	1	0.7234	0.0669	0.0791	0.7249	0.0536	0.0706	0.7257	0.0415	0.0606	0.7222	0.0380	0.0555
		2	0.6969	0.0590	0.0694	0.7095	0.0455	0.0604	0.6558	0.0284	0.0415	0.6547	0.0295	0.0431
		3	0.7162	0.0605	0.0717	0.7204	0.0505	0.0669	0.7213	0.0371	0.0542	0.7177	0.0336	0.0489
	(40,32)	1	0.6990	0.0513	0.0597	0.7093	0.0365	0.0470	0.7098	0.0256	0.0374	0.7077	0.0235	0.0344
		2	0.6946	0.0502	0.0587	0.7085	0.0360	0.0465	0.7105	0.0264	0.0316	0.7056	0.0214	0.0313
		3	0.6935	0.0569	0.0666	0.7043	0.0346	0.0445	0.7049	0.0207	0.0302	0.6637	0.0205	0.0300
	(80,24)	1	0.7311	0.0611	0.0745	0.6560	0.0341	0.0424	0.6563	0.0280	0.0409	0.6551	0.0291	0.0425
		2	0.6962	0.0423	0.0491	0.6556	0.0344	0.0430	0.7090	0.0248	0.0362	0.7061	0.0222	0.0320
		3	0.7192	0.0511	0.0614	0.6645	0.0286	0.0322	0.6648	0.0195	0.0284	0.7025	0.0184	0.0268
	(80,64)	1	0.7004	0.0393	0.0455	0.6857	0.0275	0.0308	0.6863	0.0124	0.0130	0.6840	0.0112	0.0115
		2	0.6945	0.0370	0.0429	0.6870	0.0272	0.0306	0.6875	0.0135	0.0149	0.6854	0.0116	0.0199
		3	0.6930	0.0412	0.0481	0.6785	0.0274	0.0318	0.6791	0.0153	0.0174	0.6768	0.0176	0.0109
2.5	(40,12)	1	0.7205	0.0693	0.0808	0.7155	0.0483	0.0641	0.7164	0.0323	0.0471	0.6517	0.0325	0.0475
		2	0.6944	0.0602	0.0709	0.7063	0.0445	0.0587	0.6509	0.0333	0.0487	0.6498	0.0344	0.0503
		3	0.6935	0.0569	0.0666	0.7016	0.0429	0.0554	0.6548	0.0295	0.0430	0.6537	0.0305	0.0446
	(40,32)	1	0.6967	0.0561	0.0655	0.6525	0.0368	0.0470	0.6528	0.0314	0.0459	0.7124	0.0284	0.0412
		2	0.6923	0.0540	0.0633	0.7054	0.0231	0.0313	0.7054	0.0212	0.0310	0.7052	0.0210	0.0307
		3	0.6919	0.0537	0.0628	0.6506	0.0385	0.0496	0.7091	0.0249	0.0364	0.7071	0.0229	0.0334
	(80,24)	1	0.6919	0.0537	0.0628	0.6545	0.0351	0.0445	0.7049	0.0207	0.0302	0.7025	0.0184	0.0268
		2	0.7290	0.0622	0.0743	0.7094	0.0365	0.0470	0.7099	0.0257	0.0376	0.7079	0.0237	0.0346
		3	0.6946	0.0433	0.0503	0.6963	0.0177	0.0227	0.6910	0.0168	0.0100	0.6904	0.0162	0.0190
	(80,64)	1	0.6930	0.0412	0.0481	0.7043	0.0346	0.0443	0.7027	0.0187	0.0270	0.6768	0.0176	0.0201
		2	0.6994	0.0430	0.0498	0.6869	0.0274	0.0308	0.6874	0.0134	0.0146	0.6852	0.0114	0.0118
		3	0.6937	0.0402	0.0468	0.6870	0.0272	0.0306	0.6875	0.0135	0.0149	0.6854	0.0116	0.0120

Table S4: The AEs (1<sup>st</sup> column), RMSEs (2<sup>nd</sup> column) and MRABs (3<sup>rd</sup> column) of  $R(t)$  when  $\mu = 1.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE			SE						GE				
						1		2		1		2				
$\delta \rightarrow$														-2	+2	
0.5	(40,12)	1	0.9912	0.0079	0.0055	0.9940	0.0026	0.0025	0.9940	0.0025	0.0025	0.9940	0.0025	0.0025	0.0025	0.0025
		2	0.9959	0.0085	0.0080	0.9943	0.0029	0.0028	0.9943	0.0027	0.0028	0.9943	0.0027	0.0028		
		3	0.9997	0.0084	0.0083	0.9943	0.0029	0.0028	0.9943	0.0027	0.0028	0.9943	0.0027	0.0028		
	(40,32)	1	0.9920	0.0050	0.0040	0.9899	0.0019	0.0018	0.9899	0.0017	0.0017	0.9899	0.0017	0.0017	0.0017	
		2	0.9963	0.0054	0.0051	0.9932	0.0019	0.0017	0.9932	0.0017	0.0017	0.9932	0.0017	0.0017	0.0017	
		3	0.9963	0.0054	0.0051	0.9928	0.0019	0.0017	0.9932	0.0017	0.0017	0.9932	0.0017	0.0017	0.0017	
	(80,24)	1	0.9917	0.0058	0.0043	0.9899	0.0018	0.0017	0.9899	0.0017	0.0017	0.9899	0.0017	0.0017	0.0017	
		2	0.9976	0.0081	0.0076	0.9902	0.0015	0.0013	0.9902	0.0013	0.0013	0.9902	0.0013	0.0013	0.0013	
		3	0.9999	0.0073	0.0074	0.9902	0.0015	0.0013	0.9902	0.0013	0.0013	0.9902	0.0013	0.0013	0.0013	
2.5	(80,64)	1	0.9919	0.0037	0.0030	0.9907	0.0013	0.0010	0.9907	0.0008	0.0008	0.9907	0.0008	0.0008	0.0008	
		2	0.9964	0.0052	0.0049	0.9928	0.0014	0.0012	0.9928	0.0012	0.0012	0.9928	0.0012	0.0012	0.0012	
		3	0.9964	0.0052	0.0049	0.9932	0.0014	0.0012	0.9928	0.0012	0.0012	0.9928	0.0012	0.0012	0.0012	
	(40,12)	1	0.9885	0.0113	0.0073	0.9936	0.0023	0.0021	0.9936	0.0020	0.0020	0.9936	0.0020	0.0020	0.0020	
		2	0.9897	0.0079	0.0055	0.9935	0.0022	0.0020	0.9935	0.0020	0.0020	0.9935	0.0019	0.0020		
		3	0.9899	0.0072	0.0052	0.9934	0.0021	0.0019	0.9934	0.0019	0.0019	0.9934	0.0019	0.0019	0.0019	
	(40,32)	1	0.9900	0.0069	0.0051	0.9896	0.0020	0.0020	0.9896	0.0019	0.0020	0.9896	0.0019	0.0020	0.0020	
		2	0.9902	0.0064	0.0048	0.9896	0.0020	0.0020	0.9896	0.0019	0.0020	0.9896	0.0019	0.0020	0.0020	
		3	0.9913	0.0061	0.0046	0.9897	0.0020	0.0019	0.9897	0.0019	0.0019	0.9897	0.0019	0.0019	0.0019	
	(80,24)	1	0.9898	0.0078	0.0054	0.9908	0.0013	0.0010	0.9908	0.0008	0.0008	0.9908	0.0008	0.0008	0.0008	
		2	0.9906	0.0051	0.0038	0.9908	0.0012	0.0010	0.9908	0.0008	0.0008	0.9908	0.0008	0.0008	0.0008	
		3	0.9906	0.0050	0.0037	0.9908	0.0013	0.0010	0.9908	0.0008	0.0008	0.9908	0.0008	0.0008	0.0008	
	(80,64)	1	0.9909	0.0047	0.0036	0.9921	0.0010	0.0009	0.9921	0.0005	0.0005	0.9921	0.0005	0.0005	0.0005	
		2	0.9910	0.0043	0.0033	0.9921	0.0010	0.0009	0.9921	0.0005	0.0005	0.9921	0.0005	0.0005	0.0005	
		3	0.9923	0.0041	0.0032	0.9921	0.0010	0.0009	0.9921	0.0005	0.0005	0.9921	0.0005	0.0005	0.0005	

Table S5: The AEs ( $1^{st}$  column), RMSEs ( $2^{nd}$  column) and MRABs ( $3^{rd}$  column) of  $h(t)$  when  $\mu = 0.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE				SE				GE				
							1		2				1		
			$\delta \rightarrow$										-2		
Prior $\rightarrow$	0.5	(40,12)	1	2.4018	0.3986	0.1200	2.4006	0.3108	0.1056	2.4091	0.2285	0.0865	2.3771	0.2603	0.0987
			2	2.5545	0.3397	0.1026	2.4897	0.2587	0.0890	2.4987	0.1395	0.0525	2.4654	0.1722	0.0652
			3	2.4458	0.3560	0.1078	2.4265	0.2917	0.0997	2.4349	0.2028	0.0767	2.4034	0.2340	0.0887
		(40,32)	1	2.3619	0.3608	0.1128	2.4931	0.2087	0.0695	2.7932	0.1560	0.0591	2.4800	0.1573	0.0596
			2	2.5710	0.2871	0.0864	2.4974	0.2058	0.0687	2.7955	0.1583	0.0600	2.4844	0.1529	0.0580
			3	2.5744	0.3263	0.0981	2.5212	0.1970	0.0655	2.5263	0.1111	0.0421	2.5069	0.1305	0.0494
		(80,24)	1	2.5460	0.2958	0.0882	2.7913	0.1852	0.0600	2.4976	0.1397	0.0529	2.7857	0.1485	0.0563
			2	2.5644	0.2416	0.0722	2.7936	0.1869	0.0609	2.5020	0.1353	0.0513	2.7880	0.1508	0.0572
			3	2.4329	0.2987	0.0921	2.6665	0.1569	0.0456	2.7468	0.1097	0.0415	2.7390	0.1019	0.0386
2.5	2.5	(80,64)	1	2.5421	0.2260	0.0671	2.6266	0.1528	0.0445	2.5735	0.0675	0.0256	2.5639	0.0734	0.0278
			2	2.5755	0.2105	0.0630	2.6194	0.1516	0.0444	2.6143	0.0232	0.0187	2.5696	0.0678	0.0257
			3	2.5829	0.2346	0.0705	2.7449	0.1496	0.0458	2.5813	0.0561	0.0212	2.5776	0.0598	0.0226
		(40,12)	1	2.4168	0.4152	0.1229	2.4550	0.2769	0.0951	2.8117	0.1745	0.0662	2.4310	0.2065	0.0782
			2	2.5684	0.3459	0.1045	2.5079	0.2514	0.0862	2.8221	0.1849	0.0701	2.8149	0.1777	0.0673
			3	2.5744	0.3263	0.0981	2.5344	0.2408	0.0810	2.8011	0.1639	0.0621	2.7939	0.1567	0.0594
		(40,32)	1	2.3731	0.3689	0.1128	2.4922	0.2086	0.0695	2.4638	0.1741	0.0658	2.8045	0.1673	0.0634
			2	2.5826	0.3092	0.0930	2.8203	0.2091	0.0702	2.5013	0.1360	0.0516	2.5159	0.1214	0.0460
			3	2.5846	0.3073	0.0923	2.5212	0.1970	0.0655	2.5263	0.1111	0.0421	2.5240	0.1133	0.0430
		(80,24)	1	2.5566	0.3242	0.0968	2.8099	0.1999	0.0665	2.4967	0.1406	0.0533	2.4793	0.1580	0.0599
			2	2.5731	0.2473	0.0739	2.4968	0.2057	0.0686	2.5171	0.1214	0.0456	2.4839	0.1534	0.0582
			3	2.5829	0.2346	0.0705	2.7993	0.1909	0.0628	2.5437	0.0953	0.0355	2.5096	0.1281	0.0484
		(80,64)	1	2.5466	0.2471	0.0735	2.6202	0.1526	0.0447	2.6008	0.0366	0.0138	2.5950	0.0423	0.0160
			2	2.5792	0.2291	0.0686	2.6194	0.1516	0.0444	2.6237	0.0151	0.0151	2.6068	0.0312	0.0116
			3	2.5808	0.2282	0.0682	2.6665	0.1569	0.0456	2.6709	0.0346	0.0127	2.6535	0.0182	0.0161

Table S6: The AEs ( $1^{st}$  column), RMSEs ( $2^{nd}$  column) and MRABs ( $3^{rd}$  column) of  $h(t)$  when  $\mu = 1.5$ .

$T$	$(n, m)$	Scheme	MLE				SE				GE				
							1		2				1		
			$\delta \rightarrow$								$-2$		$+2$		
$T$	$(n, m)$	Scheme	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
Prior $\rightarrow$	0.5	(40,12)	1	0.1746	0.1232	0.5192	0.1355	0.0481	0.2471	0.1368	0.0432	0.2401	0.1319	0.0481	0.2673
			2	0.0787	0.1671	0.8808	0.1302	0.0533	0.2765	0.1316	0.0484	0.2688	0.1263	0.0537	0.2983
			3	0.0088	0.1744	0.9626	0.1302	0.0533	0.2765	0.1316	0.0484	0.2688	0.1263	0.0537	0.2983
		(40,32)	1	0.1660	0.0858	0.3844	0.2085	0.0323	0.1608	0.2092	0.0292	0.1621	0.2082	0.0282	0.1567
			2	0.0874	0.1065	0.5390	0.1503	0.0343	0.1659	0.1513	0.0287	0.1592	0.1472	0.0328	0.1823
			3	0.0874	0.1065	0.5390	0.1503	0.0343	0.1659	0.1513	0.0287	0.1592	0.1472	0.0328	0.1823
		(80,24)	1	0.1714	0.0948	0.4091	0.2089	0.0306	0.1632	0.2090	0.0290	0.1613	0.2067	0.0267	0.1484
			2	0.0480	0.1569	0.8999	0.2025	0.0247	0.1253	0.2028	0.0228	0.1265	0.1575	0.0225	0.1250
			3	0.0043	0.1659	0.9364	0.1589	0.0266	0.1253	0.2028	0.0228	0.1265	0.1575	0.0225	0.1250
(80,64)	(80,64)	1	0.1715	0.0640	0.2905	0.1941	0.0216	0.0929	0.1948	0.0148	0.0820	0.1921	0.0122	0.0671	
		2	0.0873	0.1004	0.5182	0.1589	0.0226	0.1216	0.1594	0.0206	0.1143	0.2018	0.0218	0.1210	
		3	0.0873	0.1004	0.5182	0.2025	0.0247	0.1216	0.1594	0.0206	0.1143	0.2018	0.0218	0.1210	
	(40,12)	1	0.2161	0.1616	0.6432	0.1434	0.0409	0.2040	0.1445	0.0355	0.1970	0.1400	0.0400	0.2221	
		2	0.2012	0.1211	0.5047	0.1449	0.0396	0.1966	0.1460	0.0340	0.1887	0.2120	0.0385	0.2138	
		3	0.2000	0.1128	0.4741	0.1464	0.0383	0.1896	0.1476	0.0324	0.1801	0.1431	0.0369	0.2049	
	(40,32)	1	0.1978	0.1093	0.4653	0.2128	0.0344	0.1822	0.2130	0.0330	0.1836	0.2120	0.0320	0.1779	
		2	0.1959	0.1023	0.4388	0.2128	0.0344	0.1822	0.2130	0.0330	0.1836	0.1912	0.0320	0.1779	
		3	0.1771	0.0995	0.4399	0.2121	0.0337	0.1784	0.2123	0.0324	0.1798	0.2114	0.0314	0.1744	
	(80,24)	1	0.2016	0.1187	0.4877	0.1935	0.0212	0.0908	0.1942	0.0143	0.0790	0.1915	0.0117	0.0649	
		2	0.1917	0.0835	0.3560	0.1932	0.0209	0.0900	0.1938	0.0139	0.0770	0.1683	0.0117	0.0649	
		3	0.1926	0.0807	0.3465	0.1938	0.0214	0.0919	0.1945	0.0146	0.0806	0.1918	0.0119	0.0658	
(80,64)	(80,64)	1	0.1881	0.0771	0.3330	0.1702	0.0183	0.0900	0.1709	0.0091	0.0502	0.1683	0.0116	0.0642	
		2	0.1869	0.0718	0.3119	0.1702	0.0183	0.0895	0.1709	0.0091	0.0502	0.1415	0.0113	0.0623	
		3	0.1635	0.0709	0.3153	0.1710	0.0183	0.0901	0.1718	0.0082	0.0455	0.1690	0.0110	0.0611	

Table S7: The ACLs (1<sup>st</sup> column) and CPs (2<sup>nd</sup> column) of ACI/HPD credible intervals of  $\mu$ .

$\mu$	$T$	$(n, m)$	Scheme	ACI		HPD		
						P1		P2
Prior $\rightarrow$								
0.5	0.5	(40,12)	1	0.3510	0.924	0.1369	0.954	0.0560
			2	0.2714	0.929	0.1414	0.953	0.0532
			3	0.2493	0.933	0.1372	0.958	0.0552
			(40,32)	1	0.2519	0.932	0.1076	0.959
				2	0.2351	0.936	0.1055	0.960
				3	0.2431	0.934	0.1044	0.961
			(80,24)	1	0.2565	0.930	0.1009	0.961
				2	0.1896	0.945	0.1009	0.961
				3	0.1749	0.949	0.1056	0.960
		(80,64)	(80,64)	1	0.1784	0.948	0.0611	0.972
				2	0.1655	0.952	0.0611	0.972
				3	0.1722	0.950	0.0623	0.971
							0.0364	0.981
			2.5	(40,12)	1	0.3491	0.925	0.1403
					2	0.2697	0.931	0.1421
					3	0.2493	0.933	0.1421
			(40,32)	1	0.2512	0.932	0.1076	0.959
				2	0.2343	0.934	0.1055	0.960
				3	0.2315	0.937	0.1044	0.960
			(80,24)	1	0.2554	0.935	0.1005	0.961
				2	0.1889	0.945	0.1005	0.961
				3	0.1749	0.949	0.1056	0.960
			(80,64)	1	0.1783	0.948	0.0605	0.973
				2	0.1653	0.952	0.0605	0.972
				3	0.1634	0.955	0.0605	0.973
							0.0381	0.982
1.5	0.5	(40,12)	1	1.1435	0.902	0.1458	0.951	0.0628
			2	1.3298	0.896	0.1581	0.947	0.0663
				3	1.4334	0.894	0.1581	0.947
			(40,32)	1	0.8290	0.908	0.1002	0.962
				2	0.8802	0.904	0.1371	0.955
				3	0.8802	0.904	0.1371	0.955
			(80,24)	1	0.8443	0.906	0.0975	0.964
				2	0.9724	0.902	0.0896	0.967
				3	1.0272	0.900	0.0896	0.967
		(80,64)	(80,64)	1	0.5779	0.923	0.0645	0.972
				2	0.6115	0.919	0.0606	0.975
				3	0.6115	0.919	0.0606	0.975
							0.0348	0.984
			2.5	(40,12)	1	1.0813	0.899	0.1377
				2	0.8372	0.907	0.1364	0.956
				3	0.7785	0.914	0.1377	0.955
			(40,32)	1	0.7982	0.911	0.1045	0.967
				2	0.7424	0.917	0.1045	0.967
				3	0.7566	0.915	0.1072	0.966
			(80,24)	1	0.8064	0.909	0.1003	0.962
				2	0.5836	0.920	0.1001	0.962
				3	0.5446	0.923	0.1003	0.962
			(80,64)	1	0.5668	0.925	0.0672	0.971
				2	0.5225	0.927	0.0672	0.971
				3	0.5354	0.929	0.0657	0.972
							0.0370	0.983

Table S8: The ACLs (1<sup>st</sup> column) and CPs (2<sup>nd</sup> column) of ACI/HPD credible intervals of  $R(t)$ .

$\mu$	$T$	$(n, m)$	Scheme	ACI		HPD		
						P1		P2
Prior $\rightarrow$								
0.5	0.5	(40,12)	1	0.3102	0.925	0.1444	0.953	0.0544
			2	0.2614	0.929	0.1422	0.953	0.0531
			3	0.2427	0.932	0.1269	0.959	0.0539
			(40,32)	1	0.2425	0.932	0.1091	0.967
			2	0.2294	0.935	0.1067	0.968	0.0366
			3	0.2219	0.934	0.1082	0.967	0.0375
			(80,24)	1	0.2241	0.936	0.0974	0.970
			2	0.1853	0.940	0.0977	0.970	0.0482
			3	0.1725	0.943	0.1037	0.969	0.0460
			(80,64)	1	0.1727	0.942	0.0675	0.975
			2	0.1630	0.945	0.0675	0.975	0.0364
			3	0.1574	0.949	0.0675	0.975	0.0351
			(40,12)	1	0.3093	0.926	0.1353	0.955
			2	0.2613	0.926	0.1396	0.953	0.0533
			3	0.2427	0.932	0.1295	0.958	0.0542
			(40,32)	1	0.2422	0.932	0.1088	0.967
			2	0.2293	0.935	0.1067	0.968	0.0377
			3	0.2268	0.933	0.1082	0.967	0.0375
			(80,24)	1	0.2237	0.937	0.0970	0.970
			2	0.1853	0.940	0.0972	0.970	0.0482
			3	0.1725	0.943	0.1037	0.969	0.0460
			(80,64)	1	0.1725	0.942	0.0673	0.975
			2	0.1629	0.945	0.0676	0.975	0.0366
			3	0.1611	0.946	0.0670	0.975	0.0373
			(40,12)	1	0.0336	0.978	0.0037	0.994
			2	0.0117	0.985	0.0036	0.994	0.0019
			3	0.0092	0.982	0.0035	0.994	0.0019
			(40,32)	1	0.0233	0.981	0.0036	0.995
			2	0.0114	0.986	0.0034	0.995	0.0014
			3	0.0084	0.983	0.0034	0.995	0.0014
			(80,24)	1	0.0248	0.980	0.0033	0.995
			2	0.0081	0.987	0.0025	0.996	0.0012
			3	0.0071	0.989	0.0025	0.996	0.0012
			(80,64)	1	0.0172	0.983	0.0025	0.996
			2	0.0060	0.990	0.0023	0.996	0.0010
			3	0.0054	0.992	0.0023	0.996	0.0010
			(40,12)	1	0.0406	0.968	0.0036	0.994
			2	0.0294	0.976	0.0035	0.994	0.0017
			3	0.0272	0.977	0.0036	0.994	0.0017
			(40,32)	1	0.0276	0.977	0.0033	0.995
			2	0.0255	0.978	0.0033	0.995	0.0016
			3	0.0228	0.979	0.0034	0.995	0.0017
			(80,24)	1	0.0286	0.977	0.0032	0.995
			2	0.0198	0.981	0.0032	0.996	0.0012
			3	0.0186	0.982	0.0033	0.996	0.0012
			(80,64)	1	0.0188	0.982	0.0026	0.996
			2	0.0172	0.983	0.0026	0.996	0.0011
			3	0.0150	0.984	0.0026	0.996	0.0011
								0.998

Table S9: The ACLs (1<sup>st</sup> column) and CPs (2<sup>nd</sup> column) of ACI/HPD credible intervals of  $h(t)$ .

$\mu$	$T$	$(n, m)$	Scheme	ACI		HPD		
						P1		P2
Prior $\rightarrow$								
0.5	0.5	(40,12)	1	1.8306	0.892	0.7722	0.925	0.3097
			2	1.4892	0.899	0.7993	0.923	0.2988
			3	1.3766	0.903	0.8063	0.922	0.3060
			(40,32)	1	1.3832	0.901	0.6100	0.931
			2	1.3012	0.906	0.5970	0.930	0.2085
			3	1.2933	0.908	0.5993	0.930	0.2129
			(80,24)	1	1.3314	0.903	0.5558	0.935
			2	1.0511	0.918	0.5568	0.935	0.2712
			3	0.9748	0.915	0.5873	0.932	0.2591
			(80,64)	1	0.9837	0.914	0.3645	0.945
			2	0.9219	0.921	0.3644	0.945	0.2064
			3	0.9182	0.920	0.3672	0.944	0.2007
			(40,12)	1	1.8217	0.893	0.7362	0.929
			2	1.4848	0.900	0.7887	0.924	0.2996
			3	1.3766	0.903	0.7454	0.928	0.3038
			(40,32)	1	1.3797	0.902	0.6089	0.931
			2	1.2984	0.907	0.5970	0.930	0.2084
			3	1.2837	0.909	0.5993	0.930	0.2129
			(80,24)	1	1.3271	0.905	0.5533	0.936
			2	1.0492	0.919	0.5543	0.935	0.2712
			3	0.9748	0.915	0.5873	0.932	0.2591
			(80,64)	1	0.9824	0.914	0.3620	0.945
			2	0.9210	0.921	0.3630	0.945	0.2133
			3	0.9108	0.921	0.3610	0.945	0.2119
			(40,12)	1	0.5529	0.935	0.0613	0.973
			2	0.2283	0.960	0.0619	0.972	0.0307
			3	0.2283	0.960	0.0631	0.971	0.0303
			(40,32)	1	0.4005	0.943	0.0603	0.973
			2	0.1802	0.965	0.0449	0.978	0.0208
			3	0.1645	0.968	0.0449	0.978	0.0216
			(80,24)	1	0.4200	0.940	0.0604	0.973
			2	0.1645	0.968	0.0616	0.974	0.0210
			3	0.0619	0.974	0.0303	0.985	0.0210
			(80,64)	1	0.2971	0.954	0.0415	0.980
			2	0.0809	0.971	0.0380	0.983	0.0178
			3	0.0380	0.983	0.0178	0.988	0.0130
			(40,12)	1	0.6236	0.929	0.0619	0.973
			2	0.4715	0.936	0.0650	0.970	0.0334
			3	0.4404	0.940	0.0650	0.970	0.0333
			(40,32)	1	0.4485	0.938	0.0618	0.973
			2	0.4166	0.942	0.0600	0.978	0.0275
			3	0.3823	0.945	0.0604	0.978	0.0275
			(80,24)	1	0.4598	0.936	0.0565	0.975
			2	0.3288	0.950	0.0565	0.976	0.0247
			3	0.3092	0.954	0.0582	0.975	0.0246
			(80,64)	1	0.3152	0.952	0.0438	0.980
			2	0.2903	0.954	0.0438	0.979	0.0198
			3	0.2608	0.957	0.0431	0.980	0.0194
			(40,12)	1	0.979	0.979	0.979	0.979

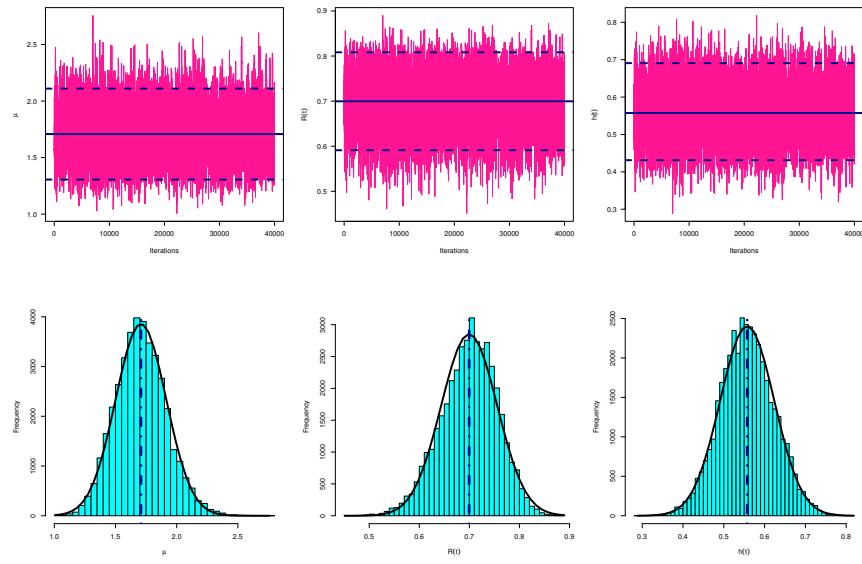


Figure S1: Trace (top) and Histograms (bottom) plots of  $\mu$ ,  $R(t)$  and  $h(t)$  under sample 2 from ACT data.

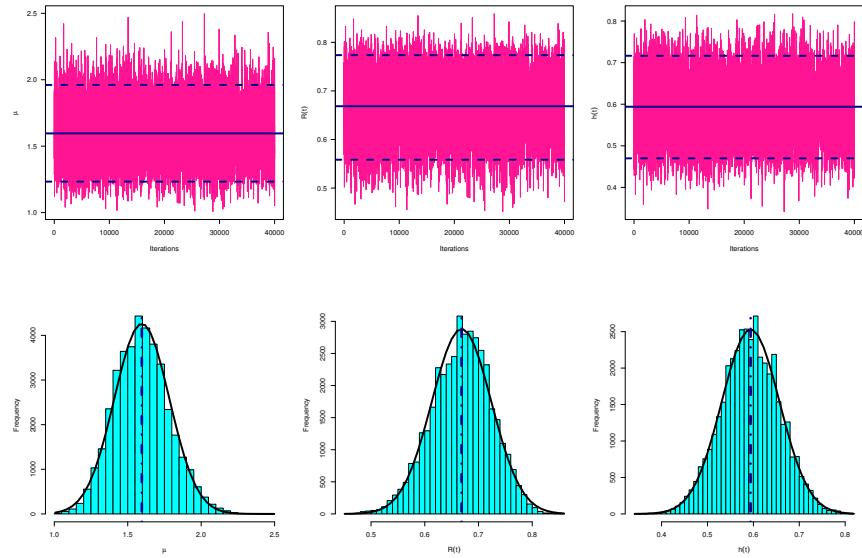


Figure S2: Trace (top) and Histograms (bottom) plots of  $\mu$ ,  $R(t)$  and  $h(t)$  under sample 3 from ACT data.

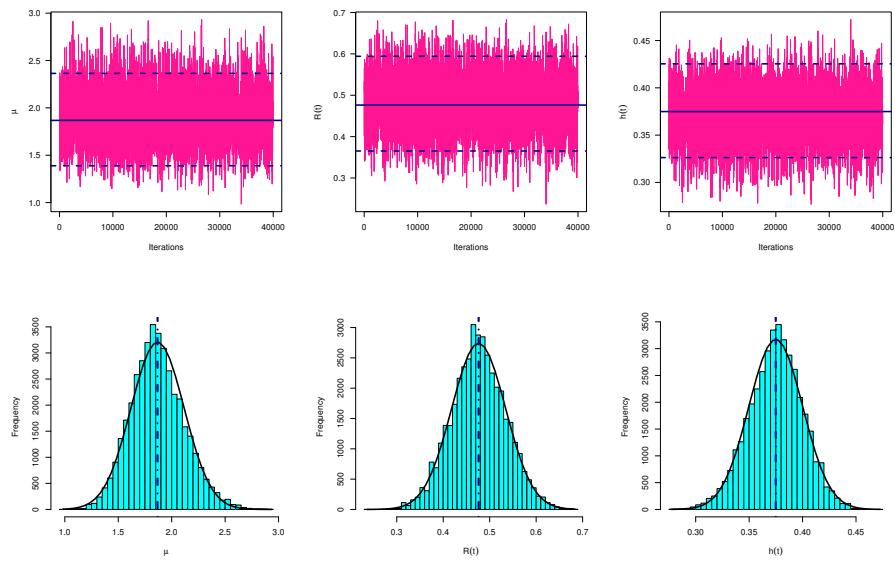


Figure S3: Trace (top) and Histograms (bottom) plots of  $\mu$ ,  $R(t)$  and  $h(t)$  under sample 2 from wooden toys data.

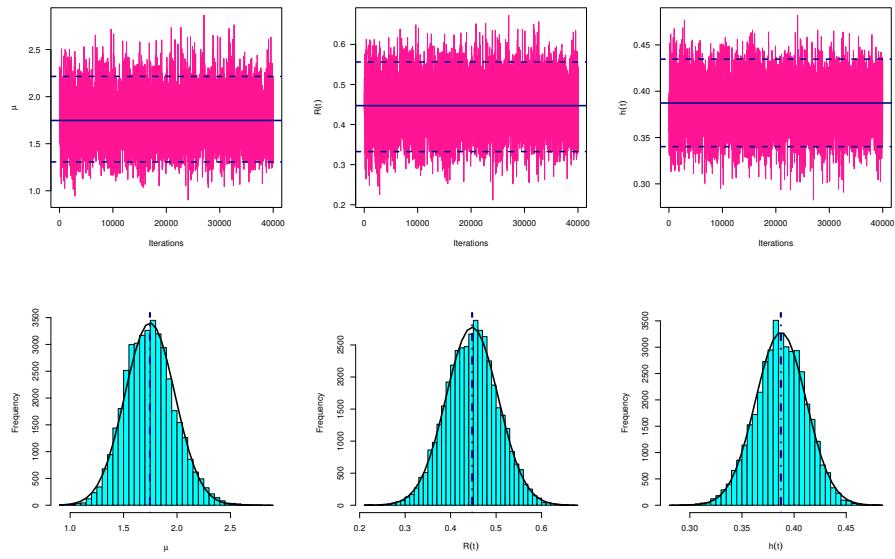


Figure S4: Trace (top) and Histograms (bottom) plots of  $\mu$ ,  $R(t)$  and  $h(t)$  under sample 3 from wooden toys data.