

Supplementary Materials

Reliability Inferences of the Inverted NH Parameters via Generalized Type-II Progressive Hybrid Censoring with Applications

Ahmed Elshahhat^{1*}, Heba S. Mohammed² and Osama E. Abo-Kasem³

¹Faculty of Technology and Development, Zagazig University, Zagazig 44519, Egypt

²Department of Mathematical Sciences, College of Science, Princess Nourah bint Abdulrahman University,
P.O. Box 84428, Riyadh 11671, Saudi Arabia

³Department of Statistics, Faculty of Commerce, Zagazig University, Egypt

*Email: aelshahhat@ftd.zu.edu.eg

Table S1: The RMSEs (1st column) and MRABs (2nd column) of α .

(T_1, T_2)	n	r	Scheme	MLE		SE-PA		SE-PB	
(0.2, 0.4)	40	20	(1*20)	0.4453	0.4647	0.0203	0.0368	0.0076	0.0127
			(2*10, 0*10)	0.1487	0.2089	0.0043	0.0065	0.0029	0.0049
			(0*10, 2*10)	0.3711	0.3566	0.0055	0.0080	0.0023	0.0038
			(0*8, 4*5, 0*7)	0.1422	0.2021	0.0048	0.0077	0.0042	0.0076
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.5711	0.3277	0.0053	0.0083	0.0035	0.0060
			(2*5, 0*10, 2*5)	0.1796	0.2350	0.0062	0.0097	0.0039	0.0062
		30	(0*19, 20)	0.4926	0.3956	0.0036	0.0063	0.0027	0.0046
			(1*10, 0*20)	0.1384	0.1941	0.0108	0.0191	0.0074	0.0119
			(0*20, 1*10)	0.1851	0.2268	0.0042	0.0069	0.0035	0.0060
			(2*5, 0*25)	0.1176	0.1963	0.0057	0.0090	0.0045	0.0069
			(0*25, 2*5)	0.1556	0.2031	0.0089	0.0172	0.0035	0.0056
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.1423	0.1896	0.0043	0.0077	0.0040	0.0067
	40	40	(0*10, 1*10, 0*10)	0.2709	0.2725	0.0031	0.0048	0.0026	0.0045
			(0*29, 10)	0.4875	0.3538	0.0023	0.0038	0.0023	0.0037
			(0*40)	0.2252	0.2592	0.0023	0.0036	0.0022	0.0036
		80	(1*40)	0.1474	0.1932	0.0058	0.0094	0.0051	0.0085
			(2*20, 0*20)	0.0977	0.1666	0.0043	0.0067	0.0031	0.0053
			(0*20, 2*20)	0.1336	0.186	0.0053	0.0085	0.0038	0.0064
			(0*16, 4*10, 0*14)	0.0847	0.1421	0.0036	0.0051	0.0025	0.0044
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.1043	0.1551	0.0037	0.0058	0.0025	0.0041
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.0995	0.1528	0.0036	0.0055	0.0035	0.0061
	60	60	(0*39, 40)	0.1321	0.1745	0.0024	0.0038	0.0012	0.0019
			(1*20, 0*40)	0.0880	0.1460	0.0040	0.0069	0.0029	0.0047
			(0*40, 1*20)	0.0897	0.1353	0.0028	0.0046	0.0022	0.0037
			(2*10, 0*50)	0.1002	0.1782	0.0031	0.0052	0.0025	0.0043
			(0*50, 2*10)	0.0868	0.1285	0.0022	0.0037	0.0023	0.0037
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.0733	0.1183	0.0029	0.0048	0.0018	0.0027
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.1043	0.1457	0.0032	0.0052	0.0025	0.0037
			(0*59, 20)	0.1101	0.1564	0.0019	0.0032	0.0010	0.0016
			(0*80)	0.1059	0.1489	0.0013	0.0022	0.0012	0.0022
(0.4, 0.8)	40	20	(1*20)	0.4241	0.5201	0.0184	0.0302	0.0120	0.0166
			(2*10, 0*10)	0.1423	0.2475	0.0138	0.0213	0.0113	0.0184
			(0*10, 2*10)	0.8316	0.3703	0.0151	0.0251	0.0106	0.0168
			(0*8, 4*5, 0*7)	0.1356	0.2428	0.0134	0.0230	0.0120	0.0205
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.1639	0.2094	0.0071	0.0112	0.0056	0.0096
			(2*5, 0*10, 2*5)	0.1445	0.2047	0.0048	0.0078	0.0041	0.0065
		30	(0*19, 20)	0.4834	0.3948	0.0032	0.0053	0.0031	0.0049
			(1*10, 0*20)	0.1119	0.1914	0.0122	0.0206	0.0091	0.0161
			(0*20, 1*10)	0.1765	0.2191	0.0120	0.0187	0.0116	0.0189
			(2*5, 0*25)	0.1303	0.2379	0.0120	0.0209	0.0088	0.0151
			(0*25, 2*5)	0.1180	0.1799	0.0075	0.0127	0.0070	0.0117
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.1090	0.1854	0.0050	0.0082	0.0044	0.0070
	40	40	(0*10, 1*10, 0*10)	0.1417	0.1908	0.0041	0.0044	0.0038	0.0064
			(0*29, 10)	0.2244	0.2696	0.0027	0.0040	0.0023	0.0035
			(0*40)	0.2077	0.2549	0.0020	0.0035	0.0017	0.0027
		80	(1*40)	0.1869	0.1940	0.0109	0.0199	0.0101	0.0176
			(2*20, 0*20)	0.1316	0.2458	0.0132	0.0212	0.0089	0.0145
			(0*20, 2*20)	0.1427	0.186	0.0111	0.0185	0.0088	0.0152
			(0*16, 4*10, 0*14)	0.1351	0.2546	0.0125	0.0215	0.0103	0.0176
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.0898	0.1500	0.0044	0.0068	0.0030	0.0049
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.0893	0.1411	0.0034	0.0052	0.0033	0.0051
	60	60	(0*39, 40)	0.1365	0.1830	0.0027	0.0042	0.0025	0.0038
			(1*20, 0*40)	0.1006	0.1791	0.0084	0.0142	0.0053	0.0084
			(0*40, 1*20)	0.0862	0.1300	0.0093	0.0149	0.0055	0.0091
			(2*10, 0*50)	0.1303	0.2471	0.0096	0.0163	0.0057	0.0096
			(0*50, 2*10)	0.0825	0.1398	0.0059	0.0098	0.0052	0.0085
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.0982	0.1762	0.0049	0.0082	0.0029	0.0048
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.0766	0.1248	0.0033	0.0054	0.0028	0.0043
			(0*59, 20)	0.1080	0.1546	0.0023	0.0038	0.0015	0.0027
			(0*80)	0.1024	0.1500	0.0021	0.0037	0.0012	0.0018

Table S2: The RMSEs (1st column) and MRABs (2nd column) of δ .

(T_1, T_2)	n	r	Scheme	MLE		SE-PA		SE-PB	
(0.2, 0.4)	40	20	(1*20)	0.4875	0.5919	0.0094	0.0141	0.0041	0.0062
			(2*10, 0*10)	0.8158	1.1269	0.0053	0.0078	0.0041	0.0067
			(0*10, 2*10)	0.4294	0.5670	0.0122	0.0204	0.0100	0.0183
			(0*8, 4*5, 0*7)	0.8530	1.2556	0.0037	0.0056	0.0039	0.0059
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.4014	0.5305	0.0070	0.0121	0.0024	0.0037
			(2*5, 0*10, 2*5)	1.1323	0.3739	0.0056	0.0082	0.0032	0.0051
			(0*19, 20)	0.3470	0.5057	0.0043	0.0079	0.0029	0.0042
		30	(1*10, 0*20)	0.6736	0.9129	0.0061	0.0096	0.0069	0.0099
			(0*20, 1*10)	0.4990	0.6581	0.0048	0.0078	0.0039	0.0067
			(2*5, 0*25)	1.3660	1.9993	0.0049	0.0083	0.0053	0.0082
			(0*25, 2*5)	0.4574	0.6099	0.0043	0.0068	0.0034	0.0056
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.6014	0.8324	0.0035	0.0055	0.0041	0.0069
			(0*10, 1*10, 0*10)	0.3901	0.4937	0.0039	0.0065	0.0026	0.0045
			(0*29, 10)	0.3564	0.5064	0.0052	0.0087	0.0043	0.0072
			(0*40)	0.3004	0.4428	0.0043	0.0073	0.0035	0.0062
	80	40	(1*40)	0.2625	0.3859	0.0057	0.0091	0.0053	0.0091
			(2*20, 0*20)	0.6658	1.0688	0.0039	0.0060	0.0033	0.0057
			(0*20, 2*20)	0.2700	0.3896	0.0046	0.0074	0.0042	0.0070
			(0*16, 4*10, 0*14)	0.7325	1.2199	0.0030	0.0040	0.0023	0.0041
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.2750	0.3974	0.0034	0.0053	0.0026	0.0041
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.7940	1.1000	0.0042	0.0064	0.0032	0.0056
			(0*39, 40)	0.2305	0.3435	0.0041	0.0076	0.0031	0.0051
		60	(1*20, 0*40)	0.5279	0.8010	0.0039	0.0068	0.0031	0.0052
			(0*40, 1*20)	0.3708	0.5459	0.0028	0.0045	0.0022	0.0036
			(2*10, 0*50)	1.0854	1.8883	0.0031	0.0052	0.0027	0.0047
			(0*50, 2*10)	0.3531	0.5076	0.0021	0.0034	0.0022	0.0035
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.4825	0.7742	0.003	0.0051	0.0016	0.0024
			(0*20, 1*20, 0*20)	0.2372	0.3373	0.0029	0.0047	0.0028	0.0043
			(0*59, 20)	0.2000	0.3097	0.0021	0.0039	0.002	0.0035
			(0*80)	0.1958	0.2978	0.0016	0.0025	0.0013	0.0024
	(0.4, 0.8)	40	(1*20)	0.3846	0.5305	0.0180	0.0297	0.0142	0.0104
			(2*10, 0*10)	1.6620	2.5883	0.0125	0.0194	0.0103	0.0167
			(0*10, 2*10)	0.3907	0.5416	0.0140	0.0232	0.0101	0.0161
			(0*8, 4*5, 0*7)	2.1750	3.5657	0.0140	0.0237	0.0113	0.0185
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.6128	0.8790	0.0074	0.0119	0.0056	0.0098
			(2*5, 0*10, 2*5)	0.9932	1.1940	0.0046	0.0074	0.0040	0.0063
			(0*19, 20)	0.3554	0.5091	0.0055	0.0102	0.0051	0.0083
		30	(1*10, 0*20)	0.9864	1.5096	0.0116	0.0201	0.0091	0.0158
			(0*20, 1*10)	0.523	0.6758	0.0103	0.0167	0.0102	0.0152
			(2*5, 0*25)	2.1212	3.6159	0.0124	0.0211	0.0094	0.0160
			(0*25, 2*5)	1.0694	1.6171	0.0077	0.0131	0.0069	0.0114
			(0*13, 2*5, 0*12)	1.1385	1.8735	0.0046	0.0075	0.0043	0.0069
			(0*10, 1*10, 0*10)	0.4976	0.7132	0.0045	0.0071	0.0039	0.0066
			(0*29, 10)	0.3075	0.4478	0.0053	0.0101	0.0042	0.0062
			(0*40)	0.3010	0.4409	0.0041	0.0069	0.0038	0.0058
		80	(1*40)	0.2534	0.3770	0.0109	0.0199	0.0094	0.0163
			(2*20, 0*20)	1.4432	2.5521	0.0128	0.0206	0.0089	0.0141
			(0*20, 2*20)	0.2570	0.3805	0.0116	0.0195	0.0089	0.0153
			(0*16, 4*10, 0*14)	2.0157	3.6211	0.0115	0.0201	0.0107	0.0184
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.526	0.8343	0.0045	0.0070	0.0032	0.0053
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.6558	0.9457	0.0038	0.0058	0.0035	0.0056
			(0*39, 40)	0.2194	0.3409	0.0032	0.0056	0.0030	0.0054
		60	(1*20, 0*40)	0.8433	1.4497	0.0090	0.0156	0.0058	0.0093
			(0*40, 1*20)	0.3708	0.5407	0.0096	0.0155	0.0057	0.0097
			(2*10, 0*50)	1.9409	3.5744	0.0084	0.0137	0.0054	0.0088
			(0*50, 2*10)	0.9917	1.6490	0.0057	0.0092	0.0050	0.0080
			(0*26, 2*10, 0*24)	1.0475	1.8926	0.0049	0.0081	0.0030	0.0050
			(0*20, 1*20, 0*20)	0.3839	0.5961	0.0033	0.0055	0.0030	0.0047
			(0*59, 20)	0.2025	0.3135	0.0016	0.0025	0.0014	0.0024
			(0*80)	0.1981	0.2988	0.0011	0.0018	0.0011	0.0017

Table S3: The RMSEs (1st column) and MRABs (2nd column) of $R(t)$.

(T_1, T_2)	n	r	Scheme	MLE		SE-PA		SE-PB	
(0.2, 0.4)	40	20	(1*20)	0.0611	0.0626	0.0231	0.0278	0.0078	0.0088
			(2*10, 0*10)	0.0684	0.0778	0.0047	0.0051	0.0031	0.0033
			(0*10, 2*10)	0.0675	0.0729	0.0098	0.0109	0.0057	0.0064
			(0*8, 4*5, 0*7)	0.0986	0.1207	0.0051	0.0055	0.0048	0.0055
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.0576	0.0609	0.0081	0.0093	0.0038	0.0041
			(2*5, 0*10, 2*5)	0.0885	0.1029	0.0045	0.0045	0.0045	0.0048
		30	(0*19, 20)	0.0592	0.0613	0.0037	0.0038	0.0024	0.0026
			(1*10, 0*20)	0.0663	0.0739	0.0126	0.0143	0.0067	0.0074
			(0*20, 1*10)	0.0706	0.0790	0.0044	0.0044	0.0047	0.0054
			(2*5, 0*25)	0.1068	0.1335	0.0073	0.0073	0.0040	0.0039
			(0*25, 2*5)	0.0698	0.0748	0.0077	0.0094	0.0041	0.0042
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.0892	0.1065	0.0026	0.0039	0.0031	0.0031
	40	40	(0*10, 1*10, 0*10)	0.0563	0.0591	0.0029	0.0029	0.0027	0.0030
			(0*29, 10)	0.0650	0.0676	0.0027	0.0028	0.0025	0.0028
			(0*40)	0.0557	0.0575	0.0026	0.0027	0.0022	0.0023
		80	(1*40)	0.0425	0.0439	0.0076	0.0083	0.0043	0.0044
			(2*20, 0*20)	0.0635	0.0764	0.0049	0.0055	0.0040	0.0044
			(0*20, 2*20)	0.0527	0.0575	0.0043	0.0041	0.0029	0.0031
			(0*16, 4*10, 0*14)	0.0950	0.1204	0.0039	0.0040	0.0035	0.0043
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.0430	0.0454	0.0050	0.0050	0.0023	0.0024
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.0821	0.0991	0.0034	0.0032	0.0027	0.0029
	60	60	(0*39, 40)	0.0397	0.0409	0.0022	0.0023	0.0020	0.0020
			(1*20, 0*40)	0.0584	0.0685	0.0057	0.0068	0.0038	0.0041
			(0*40, 1*20)	0.0646	0.0754	0.0032	0.0034	0.0021	0.0023
			(2*10, 0*50)	0.1030	0.1318	0.0031	0.0035	0.0024	0.0026
			(0*50, 2*10)	0.0625	0.0644	0.0021	0.0022	0.0019	0.0020
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.0821	0.1025	0.0034	0.0038	0.0022	0.0021
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.0436	0.0463	0.0031	0.0033	0.0027	0.0029
			(0*59, 20)	0.0389	0.0406	0.0017	0.0019	0.0014	0.0017
			(0*80)	0.0382	0.0397	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012
(0.4, 0.8)	40	20	(1*20)	0.0639	0.0670	0.0276	0.0299	0.0159	0.0169
			(2*10, 0*10)	0.0910	0.0110	0.0195	0.0199	0.0138	0.0157
			(0*10, 2*10)	0.0662	0.0713	0.0199	0.0219	0.0127	0.0136
			(0*8, 4*5, 0*7)	0.1222	0.1554	0.0185	0.0222	0.0158	0.0190
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.0691	0.0774	0.0081	0.0088	0.0051	0.0055
			(2*5, 0*10, 2*5)	0.0892	0.1039	0.0056	0.0055	0.0045	0.0048
		30	(0*19, 20)	0.0595	0.0613	0.0049	0.0054	0.0042	0.0040
			(1*10, 0*20)	0.0832	0.0984	0.0173	0.0196	0.0135	0.0158
			(0*20, 1*10)	0.0753	0.0848	0.0115	0.0119	0.0109	0.0116
			(2*5, 0*25)	0.1267	0.1618	0.0172	0.0201	0.0101	0.0115
			(0*25, 2*5)	0.1155	0.1434	0.0101	0.0110	0.0095	0.0109
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.1087	0.1363	0.0048	0.0052	0.0043	0.0045
	40	40	(0*10, 1*10, 0*10)	0.0679	0.0752	0.0040	0.0042	0.0032	0.0034
			(0*29, 10)	0.0556	0.0572	0.0036	0.0036	0.0032	0.0036
			(0*40)	0.0555	0.0575	0.0033	0.0037	0.0029	0.0032
		80	(1*40)	0.0433	0.0452	0.0162	0.0194	0.0136	0.0165
			(2*20, 0*20)	0.0896	0.1132	0.0172	0.0190	0.0109	0.0122
			(0*20, 2*20)	0.0533	0.0585	0.0148	0.0179	0.0099	0.0105
			(0*16, 4*10, 0*14)	0.1192	0.1539	0.0166	0.0203	0.0139	0.0170
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.0595	0.0690	0.0038	0.0039	0.0033	0.0037
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.0820	0.0989	0.0043	0.0044	0.0044	0.0045
	60	60	(0*39, 40)	0.0418	0.0434	0.0034	0.0036	0.0024	0.0027
			(1*20, 0*40)	0.0778	0.0963	0.0120	0.0139	0.0075	0.0082
			(0*40, 1*20)	0.0657	0.0763	0.0130	0.0141	0.0070	0.0075
			(2*10, 0*50)	0.1249	0.1614	0.0106	0.0123	0.0049	0.0051
			(0*50, 2*10)	0.1155	0.1476	0.0067	0.0074	0.0060	0.0066
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.1061	0.1357	0.0038	0.0040	0.0026	0.0029
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.0580	0.0671	0.0039	0.0044	0.0037	0.0039
			(0*59, 20)	0.0389	0.0406	0.0029	0.0030	0.0023	0.0023
			(0*80)	0.0385	0.0398	0.0026	0.0030	0.0017	0.0019

Table S4: The RMSEs (1st column) and MRABs (2nd column) of $h(t)$.

(T_1, T_2)	n	r	Scheme	MLE		SE-PA		SE-PB	
(0.2, 0.4)	40	20	(1*20)	0.9935	0.2406	0.1562	0.0457	0.0470	0.0130
			(2*10, 0*10)	0.9191	0.2655	0.0331	0.0089	0.0221	0.0056
			(0*10, 2*10)	0.9037	0.2266	0.0790	0.0216	0.0515	0.0146
			(0*8, 4*5, 0*7)	1.1685	0.3501	0.0318	0.0083	0.0318	0.0089
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.7785	0.1929	0.0590	0.0169	0.0241	0.0065
			(2*5, 0*10, 2*5)	1.1129	0.3138	0.0232	0.0054	0.0313	0.0082
		30	(0*19, 20)	0.9165	0.2209	0.0256	0.0063	0.0150	0.0040
			(1*10, 0*20)	0.8516	0.2390	0.0846	0.0229	0.0399	0.0112
			(0*20, 1*10)	0.7989	0.2209	0.0290	0.0074	0.0336	0.0094
			(2*5, 0*25)	1.3726	0.4242	0.0492	0.0120	0.0263	0.0066
			(0*25, 2*5)	0.7656	0.2020	0.0414	0.0121	0.0274	0.0070
			(0*13, 2*5, 0*12)	0.9826	0.2871	0.0203	0.0051	0.0173	0.0044
	40	40	(0*10, 1*10, 0*10)	0.6832	0.1726	0.0192	0.0050	0.0178	0.0047
			(0*29, 10)	0.9021	0.2200	0.0217	0.0059	0.0173	0.0047
			(0*40)	0.7721	0.1904	0.0202	0.0052	0.0200	0.0048
		80	(1*40)	0.6711	0.1643	0.0522	0.0140	0.0265	0.0071
			(2*20, 0*20)	0.9095	0.2741	0.0325	0.0090	0.0277	0.0074
			(0*20, 2*20)	0.6165	0.1601	0.0249	0.0062	0.0170	0.0047
			(0*16, 4*10, 0*14)	1.1687	0.3618	0.0259	0.0067	0.0245	0.0074
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.5163	0.1337	0.0356	0.0086	0.0147	0.0037
			(2*10, 0*20, 2*10)	1.0299	0.2984	0.0223	0.0054	0.0150	0.0038
	60	60	(0*39, 40)	0.5907	0.1445	0.0169	0.0046	0.0167	0.0044
			(1*20, 0*40)	0.7893	0.2313	0.0402	0.0117	0.0267	0.0072
			(0*40, 1*20)	0.7314	0.2057	0.0216	0.0056	0.0131	0.0034
			(2*10, 0*50)	1.3618	0.4289	0.0198	0.0054	0.0152	0.0040
			(0*50, 2*10)	0.7092	0.1801	0.0132	0.0033	0.0114	0.0028
			(0*26, 2*10, 0*24)	0.9497	0.2908	0.0233	0.0064	0.0152	0.0036
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.4848	0.1262	0.0199	0.0053	0.0181	0.0050
			(0*59, 20)	0.5278	0.1309	0.0110	0.003	0.0114	0.0032
			(0*80)	0.5141	0.1261	0.0087	0.0025	0.0083	0.0022
	(0.4, 0.8)	40	(1*20)	1.0064	0.2406	0.1864	0.0497	0.1103	0.0296
			(2*10, 0*10)	1.3410	0.4107	0.1307	0.0329	0.0912	0.0264
			(0*10, 2*10)	0.8507	0.2148	0.1326	0.0361	0.0837	0.0219
			(0*8, 4*5, 0*7)	1.6611	0.5203	0.1351	0.0400	0.1332	0.0335
			(0*5, 2*10, 0*5)	0.8747	0.2456	0.0543	0.0150	0.0319	0.0081
			(2*5, 0*10, 2*5)	1.0782	0.3022	0.0375	0.0088	0.0305	0.0082
			(0*19, 20)	0.9265	0.2230	0.0363	0.0098	0.0309	0.0068
		30	(1*10, 0*20)	1.1261	0.3363	0.1267	0.0350	0.0939	0.0269
			(0*20, 1*10)	0.8506	0.2310	0.0685	0.0185	0.0680	0.0180
			(2*5, 0*25)	1.7148	0.5409	0.1260	0.0360	0.0706	0.0200
			(0*25, 2*5)	1.3807	0.4170	0.0697	0.0186	0.0681	0.0193
			(0*13, 2*5, 0*12)	1.3874	0.4313	0.0305	0.0081	0.0280	0.0072
			(0*10, 1*10, 0*10)	0.8049	0.2234	0.0259	0.0070	0.0192	0.0050
		40	(0*29, 10)	0.7791	0.1911	0.0298	0.0080	0.0260	0.0068
			(0*40)	0.7535	0.1854	0.0280	0.0081	0.0233	0.0063
		80	(1*40)	0.6445	0.1602	0.1123	0.0328	0.0978	0.0291
			(2*20, 0*20)	1.3678	0.4293	0.1239	0.0339	0.0735	0.0203
			(0*20, 2*20)	0.6101	0.1595	0.1067	0.0321	0.0681	0.0180
			(0*16, 4*10, 0*14)	1.6717	0.5297	0.1195	0.0361	0.1009	0.0305
			(0*10, 2*20, 0*10)	0.8138	0.2372	0.0242	0.0062	0.0226	0.0061
			(2*10, 0*20, 2*10)	0.9922	0.2883	0.0302	0.0077	0.0308	0.0079
		60	(0*39, 40)	0.6171	0.1502	0.0252	0.0066	0.0191	0.0054
			(1*20, 0*40)	1.1078	0.3424	0.0878	0.0250	0.0545	0.0147
			(0*40, 1*20)	0.7408	0.2064	0.0951	0.0252	0.0494	0.0130
			(2*10, 0*50)	1.7159	0.5451	0.0719	0.0206	0.0290	0.0077
			(0*50, 2*10)	1.4087	0.4389	0.0458	0.0126	0.0402	0.0108
			(0*26, 2*10, 0*24)	1.3921	0.4391	0.0220	0.0059	0.0163	0.0041
		80	(0*20, 1*20, 0*20)	0.7140	0.2055	0.0265	0.0075	0.0263	0.0068
			(0*59, 20)	0.5208	0.1312	0.0173	0.0046	0.0135	0.0032
			(0*80)	0.5017	0.1253	0.0169	0.0047	0.0114	0.0029

Table S5: The ACLs of 95% ACI/HPD intervals of α .

n	r	Scheme	ACI	HPD-PA	HPD-PB	ACI	HPD-PA	HPD-PB
$(T_1, T_2) \rightarrow$			(0.2, 0.4)			(0.4, 0.8)		
40	20	(1*20)	0.0365	0.0282	0.0239	0.0352	0.0319	0.0221
		(2*10, 0*10)	0.0133	0.0119	0.0086	0.0305	0.0231	0.0065
		(0*10, 2*10)	0.0297	0.0164	0.0082	0.0301	0.0282	0.0221
		(0*8, 4*5, 0*7)	0.0105	0.0104	0.0094	0.0208	0.0196	0.0040
		(0*5, 2*10, 0*5)	0.0279	0.0125	0.0110	0.0173	0.0166	0.0146
	30	(2*5, 0*10, 2*5)	0.0158	0.0157	0.0100	0.0164	0.0135	0.0125
		(0*19, 20)	0.8181	0.0118	0.0077	0.8141	0.0118	0.0099
		(1*10, 0*20)	0.0212	0.0149	0.0137	0.0210	0.0165	0.0084
		(0*20, 1*10)	0.0189	0.0116	0.0084	0.0274	0.0268	0.0185
		(2*5, 0*25)	0.0156	0.0109	0.0071	0.0193	0.0189	0.0038
		(0*25, 2*5)	0.0224	0.0134	0.0084	0.0183	0.0154	0.0086
		(0*13, 2*5, 0*12)	0.0132	0.0101	0.0097	0.0156	0.0131	0.0065
		(0*10, 1*10, 0*10)	0.0266	0.0109	0.0076	0.0155	0.0130	0.0107
		(0*29, 10)	0.8127	0.0084	0.0071	0.6409	0.0093	0.0087
		(0*40)	0.6235	0.0082	0.0070	0.6193	0.0074	0.0066
80	40	(1*40)	0.0158	0.0145	0.0119	0.0192	0.0167	0.0151
		(2*20, 0*20)	0.0093	0.0085	0.0058	0.0231	0.0189	0.0030
		(0*20, 2*20)	0.0122	0.0118	0.0092	0.0204	0.0197	0.0122
		(0*16, 4*10, 0*14)	0.0046	0.0039	0.0070	0.0190	0.0174	0.0019
		(0*10, 2*20, 0*10)	0.0109	0.0081	0.0072	0.0127	0.0093	0.0063
		(2*10, 0*20, 2*10)	0.0089	0.0081	0.0067	0.0068	0.0107	0.0104
	60	(0*39, 40)	0.4153	0.0056	0.0045	0.4243	0.0092	0.0068
		(1*20, 0*40)	0.0071	0.0069	0.0067	0.0161	0.0125	0.0046
		(0*40, 1*20)	0.0087	0.0085	0.0065	0.0158	0.0190	0.0085
		(2*10, 0*50)	0.0090	0.0063	0.0037	0.0189	0.0149	0.0021
		(0*50, 2*10)	0.0120	0.0059	0.0053	0.0160	0.0150	0.0041
		(0*26, 2*10, 0*24)	0.0070	0.0061	0.0056	0.0124	0.0083	0.0035
		(0*20, 1*20, 0*20)	0.0112	0.0083	0.0070	0.0100	0.0087	0.0075
		(0*59, 20)	0.3730	0.0055	0.0033	0.3698	0.0069	0.0044
		(0*80)	0.3641	0.0042	0.0030	0.3631	0.0033	0.0030

Table S6: The ACLs of 95% ACI/HPD intervals of δ .

n	r	Scheme	ACI	HPD-PA	HPD-PB	ACI	HPD-PA	HPD-PB
$(T_1, T_2) \rightarrow$			(0.2, 0.4)			(0.4, 0.8)		
40	20	(1*20)	0.0291	0.0234	0.0159	0.0306	0.0304	0.0250
		(2*10, 0*10)	0.0372	0.0169	0.0109	0.0458	0.0271	0.0216
		(0*10, 2*10)	0.0266	0.0209	0.0155	0.0280	0.0253	0.0199
		(0*8, 4*5, 0*7)	0.0335	0.0126	0.0116	0.0432	0.0223	0.0120
		(0*5, 2*10, 0*5)	0.0289	0.0117	0.0084	0.0350	0.0169	0.0165
	30	(2*5, 0*10, 2*5)	0.0348	0.0170	0.0086	0.0355	0.0156	0.0124
		(0*19, 20)	1.0118	0.1171	0.0135	1.0305	0.0123	0.0114
		(1*10, 0*20)	0.0346	0.0201	0.0157	0.0402	0.0201	0.0167
		(0*20, 1*10)	0.0301	0.0151	0.0096	0.0311	0.0239	0.0230
		(2*5, 0*25)	0.0388	0.0162	0.0128	0.0463	0.0203	0.0191
		(0*25, 2*5)	0.0314	0.0112	0.0079	0.0359	0.0195	0.0156
		(0*13, 2*5, 0*12)	0.0314	0.0103	0.0085	0.0387	0.0145	0.0127
		(0*10, 1*10, 0*10)	0.0281	0.0129	0.0081	0.0336	0.0139	0.0110
		(0*29, 10)	1.0308	0.0132	0.0114	1.0184	0.0110	0.0077
		(0*40)	1.0146	0.0100	0.0067	1.0121	0.0097	0.0059
80	40	(1*40)	0.0201	0.0146	0.0127	0.0210	0.0183	0.0158
		(2*20, 0*20)	0.0266	0.0093	0.0082	0.0325	0.0225	0.0198
		(0*20, 2*20)	0.0189	0.0106	0.0101	0.0193	0.0212	0.0196
		(0*16, 4*10, 0*14)	0.0239	0.0062	0.0039	0.0305	0.0180	0.0169
		(0*10, 2*20, 0*10)	0.0206	0.0075	0.0070	0.0247	0.0128	0.0089
		(2*10, 0*20, 2*10)	0.0242	0.0100	0.0077	0.0244	0.0107	0.0106
	60	(0*39, 40)	0.8588	0.0063	0.0053	0.8372	0.0068	0.0067
		(1*20, 0*40)	0.0240	0.0069	0.0065	0.0278	0.0159	0.0133
		(0*40, 1*20)	0.0210	0.0082	0.0060	0.0214	0.0199	0.0161
		(2*10, 0*50)	0.0270	0.0083	0.0065	0.0320	0.0192	0.0139
		(0*50, 2*10)	0.0219	0.0059	0.0060	0.0248	0.0156	0.0150
		(0*26, 2*10, 0*24)	0.0222	0.0070	0.0070	0.0272	0.0124	0.0078
		(0*20, 1*20, 0*20)	0.0200	0.0080	0.0073	0.0233	0.0098	0.0093
		(0*59, 20)	0.7491	0.0037	0.0029	0.7657	0.0056	0.0048
		(0*80)	0.7403	0.0033	0.0019	0.7419	0.0041	0.0033

Table S7: The ACLs of 95% ACI/HPD intervals of $R(t)$.

n	r	Scheme	ACI	HPD-PA	HPD-PB	ACI	HPD-PA	HPD-PB
$(T_1, T_2) \rightarrow$			(0.2, 0.4)			(0.4, 0.8)		
40	20	(1*20)	0.0981	0.0297	0.0246	0.1010	0.0452	0.0287
		(2*10, 0*10)	0.0603	0.0145	0.0109	0.0422	0.0391	0.0247
		(0*10, 2*10)	0.0788	0.0208	0.0121	0.0785	0.0350	0.0254
		(0*8, 4*5, 0*7)	0.0447	0.0106	0.0089	0.0276	0.0225	0.0212
		(0*5, 2*10, 0*5)	0.0806	0.0151	0.0129	0.0620	0.0199	0.0169
		(2*5, 0*10, 2*5)	0.0560	0.0125	0.0111	0.0551	0.0213	0.0141
		(0*19, 20)	0.2823	0.0139	0.0074	0.2148	0.0147	0.0134
		(1*10, 0*20)	0.0622	0.0242	0.0120	0.0489	0.0269	0.0227
		(0*20, 1*10)	0.0647	0.0146	0.0091	0.0640	0.0324	0.0276
		(2*5, 0*25)	0.0389	0.0197	0.0112	0.0273	0.0255	0.0189
	30	(0*25, 2*5)	0.0664	0.0108	0.0084	0.0374	0.0240	0.0193
		(0*13, 2*5, 0*12)	0.0515	0.0100	0.0088	0.0362	0.0155	0.0146
		(0*10, 1*10, 0*10)	0.0794	0.0104	0.0086	0.0632	0.0135	0.0105
		(0*29, 10)	0.2386	0.0099	0.0076	0.2079	0.0107	0.0101
		(0*40)	0.2068	0.0089	0.0075	0.2064	0.0102	0.0073
80	40	(1*40)	0.0631	0.0169	0.0130	0.0631	0.0241	0.0181
		(2*20, 0*20)	0.0393	0.0093	0.0091	0.0273	0.0275	0.0202
		(0*20, 2*20)	0.0501	0.0111	0.0084	0.0497	0.0217	0.0197
		(0*16, 4*10, 0*14)	0.0289	0.0074	0.0041	0.0182	0.0205	0.0169
		(0*10, 2*20, 0*10)	0.0518	0.0108	0.0069	0.0397	0.0106	0.0097
		(2*10, 0*20, 2*10)	0.0363	0.0089	0.0067	0.0368	0.0145	0.0132
		(0*39, 40)	0.1522	0.0079	0.0055	0.1523	0.0092	0.0071
	60	(1*20, 0*40)	0.0414	0.0089	0.0085	0.0328	0.0196	0.0156
		(0*40, 1*20)	0.0421	0.0084	0.0061	0.0415	0.0259	0.0180
		(2*10, 0*50)	0.0262	0.0073	0.0066	0.0185	0.0176	0.0151
		(0*50, 2*10)	0.0454	0.0057	0.0053	0.0238	0.0188	0.0160
		(0*26, 2*10, 0*24)	0.0339	0.0079	0.0071	0.0243	0.0103	0.0079
		(0*20, 1*20, 0*20)	0.0512	0.0071	0.0060	0.0419	0.0121	0.0116
		(0*59, 20)	0.1475	0.0050	0.0043	0.1474	0.0084	0.0068
		(0*80)	0.1474	0.0043	0.0038	0.1467	0.0045	0.0039
	80							

Table S8: The ACLs of 95% ACI/HPD intervals of $h(t)$.

n	r	Scheme	ACI	HPD-PA	HPD-PB	ACI	HPD-PA	HPD-PB
$(T_1, T_2) \rightarrow$			(0.2, 0.4)			(0.4, 0.8)		
40	20	(1*20)	0.7164	0.2063	0.1467	0.7470	0.2981	0.1955
		(2*10, 0*10)	0.7519	0.1083	0.0763	0.7593	0.2547	0.1612
		(0*10, 2*10)	0.5919	0.1549	0.0975	0.6238	0.2314	0.1683
		(0*8, 4*5, 0*7)	0.5708	0.0715	0.0588	0.5885	0.1879	0.1554
		(0*5, 2*10, 0*5)	0.6771	0.0976	0.0847	0.7140	0.1351	0.1135
	30	(2*5, 0*10, 2*5)	0.6347	0.0766	0.0739	0.6414	0.1480	0.0960
		(0*19, 20)	0.6711	0.0872	0.0655	0.6165	0.1029	0.0971
		(1*10, 0*20)	0.7085	0.1682	0.0665	0.7280	0.1976	0.1543
		(0*20, 1*10)	0.6252	0.1044	0.0623	0.6244	0.2197	0.1736
		(2*5, 0*25)	0.6162	0.1387	0.0778	0.6112	0.1874	0.1298
		(0*25, 2*5)	0.6792	0.0586	0.0536	0.5554	0.1682	0.1376
		(0*13, 2*5, 0*12)	0.5877	0.0670	0.0605	0.6115	0.0990	0.0989
		(0*10, 1*10, 0*10)	0.6465	0.0686	0.0589	0.6934	0.0887	0.0683
		(0*29, 10)	0.5642	0.0763	0.0561	0.5415	0.0763	0.0667
		(0*40)	0.4915	0.0681	0.0510	0.4616	0.0753	0.0485
	40	(1*40)	0.5052	0.1127	0.0861	0.5256	0.1618	0.1287
		(2*20, 0*20)	0.5362	0.0596	0.0582	0.5389	0.1970	0.1302
		(0*20, 2*20)	0.4247	0.0715	0.0543	0.4323	0.1493	0.1359
		(0*16, 4*10, 0*14)	0.4212	0.0497	0.0265	0.4218	0.1410	0.1188
		(0*10, 2*20, 0*10)	0.4800	0.0766	0.0466	0.5166	0.0672	0.0627
		(2*10, 0*20, 2*10)	0.4542	0.0607	0.0392	0.4616	0.1002	0.0921
		(0*39, 40)	0.4200	0.0555	0.0411	0.4082	0.0591	0.0501
		(1*20, 0*40)	0.5040	0.0611	0.0598	0.5178	0.1410	0.1108
		(0*40, 1*20)	0.4401	0.0520	0.0393	0.4469	0.1900	0.1291
		(2*10, 0*50)	0.4404	0.0439	0.0437	0.4292	0.1162	0.0996
		(0*50, 2*10)	0.4881	0.0386	0.0346	0.3853	0.1280	0.1047
		(0*26, 2*10, 0*24)	0.4264	0.0539	0.0490	0.4365	0.0623	0.0522
		(0*20, 1*20, 0*20)	0.4653	0.0420	0.0348	0.4991	0.0815	0.0803
		(0*59, 20)	0.4113	0.0302	0.0281	0.3982	0.0562	0.0439
		(0*80)	0.4023	0.0264	0.0262	0.3958	0.0322	0.0269